Modélisation Mathématique des Mouvements de Foule

Juliette VENEL, Université Paris XI
Bertrand MAURY, Université Paris XI

Mots-clés : mouvements de foule, équation d'évolution avec contrainte unilatérale

Nous proposons un modèle de mouvements de foule basée sur une approche Lagrangienne (chaque personne est traitée individuellement). On s'intéressera plus particulièrement à la situation suivante : des personnes se trouvent dans une salle pouvant contenir des obstacles (tables,...) et elles veulent se diriger vers la sortie. Le modèle proposé repose sur deux principes:
1) chaque personne a une vitesse souhaitée, vitesse qu'elle aurait en l'absence des autres. Elle est choisie en fonction de la salle plus précisément en fonction de la position de la sortie, de la présence d'obstacles dans la pièce;
2) le déplacement effectif des individus doit respecter une contrainte d'encombrement maximal : les personnes ne peuvent pas se chevaucher ou traverser les obstacles.
Dans notre modèle, la vitesse réelle de déplacement est définie comme la projection l^2, de la vitesse souhaitée sur un ensemble de vitesses admissibles. Cette relation entre vitesse réelle et vitesse souhaitée aboutit à une équation d'évolution sur la position : $\dot{q}+A(q) \ni U$ où q est le vecteur position des personnes, U la vitesse souhaitée et A un opérateur multivalué ($A(q)$ est le cône normal sortant en q à l'ensemble des vitesses admissibles). Dans des cas très particuliers, l'ensemble des configurations admissibles Q_0 est convexe et par suite, l'opérateur A est maximal monotone [1]. Néanmoins, dans un cadre plus général (personnes multiples dans une pièce contenant des obstacles), Q_0 n'est pas convexe. Ce qui nous conduit à utiliser des résultats récents sur le processus de rafle par des ensembles prox-réguliers [3] [4] [5]. Enfin, nous proposons un schéma numérique qui permet de simuler l'évacuation de milliers de personnes hors de salles de géométrie quelconque.

Références

[1] H. Brézis, *Opérateurs Maximaux Monotones et Semi-groupes de contractions dans les espaces de Hilbert*, 1973.

[2] J.J. Moreau, *Evolution Problem associated with a moving convex set in a Hilbert space*, J. Differential Equations 26, no. 3, 347-374, 1977.

[3] G. Colombo, M.D.P. Monteiro Marques, *Sweeping by a continuous prox-regular set*, J. Differential Equations 187, no. 1, 46-62, 2003.

[4] L. Thibault, *Sweeping Process with regular and nonregular sets*, J. Differential Equations 193, no. 1, 1-26, 2003.

[5] J.F. Edmond, L. Thibault, *Relaxation of an optimal control problem involving a perturbed sweeping process*, Math. Program 104, no. 2-3, Ser. B, 347-373, 2005.

Juliette VENEL – `juliette.venel@math.u-psud.fr`
Laboratoire de Mathématiques, Bât 425, Université Paris XI, 91405 ORSAY CEDEX
Bertrand MAURY – `bertrand.maury@math.u-psud.fr`
Laboratoire de Mathématiques, Bât 425, Université Paris XI, 91405 ORSAY CEDEX