Système d'Euler-Poisson : solutions numériques dans le cas stationnaire pour un flot potentiel

Ingrid VIOLET, Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand
Claire CHAINAIS, Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand
Yue-Jun PENG, Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand

Le système d'Euler-Poisson est fréquemment utilisé dans la modélisation mathématique des semi-conducteurs. Il est constitué des équations d'Euler pour la conservation de la masse et de la quantité de mouvement couplées à l'équation de Poisson. Dans le cas stationnaire bi-polaire pour un flot potentiel, il s'écrit :

$$-\mathrm{div}(p\nabla\psi_p) = 0, \tag{1}$$
$$H_p(p) + \tfrac{1}{2}|\nabla\psi_p|^2 = -\phi + \psi_p, \tag{2}$$
$$-\mathrm{div}(n\nabla\psi_n) = 0, \tag{3}$$
$$H_n(n) + \tfrac{\varepsilon}{2}|\nabla\psi_n|^2 = \phi + \varepsilon\psi_n, \tag{4}$$
$$\Delta\phi = n - p - C, \qquad \text{sur } \Omega \tag{5}$$

où Ω représente le domaine occupé par le semi-conducteur. Les inconnues du système sont $n,\ p$ les densités d'électrons et de trous, $\psi_n,\ \psi_p$ les potentiels de vitesse des électrons et des trous et ϕ le potentiel électrostatique. Le paramètre physique ε correspond à la masse d'électrons. Les fonctions $H_\alpha = H_\alpha(s),\ \alpha = n,\ p$ sont les enthalpies du système. La fonction $C = C(x)$ représente le profile de dopage du semi-conducteur.
Dans le cas uni-polaire le système se réduit aux équations (3)-(5) dans lesquelles la densité de trous est connue et incluse dans le profile de dopage. Il est complété par des conditions limites de type Dirichlet.
En utilisant une méthode itérative et des schémas de type volume fini (2 schémas différents ont été implémentés), nous avons pu calculer numériquement les solutions de ce système dans le cas bi-polaire comme dans le cas uni-polaire. Nous avons notamment calculé les solutions de ce système dans le cas d'une diode ballistique qui est un semiconducteur uni-polaire. Nous avons numériquement fait apparaître une condition de petitesse sur ε pour l'existence de solutions qui est une condition bien connue d'un point de vue théorique puisqu'elle garantit l'ellipticité du sytème.
Les deux schémas utilisés pour le calcul des solutions sont un schéma de volume fini classique (le schéma VF4) et un schéma de volume fini pénalisé mixte présenté par J.Droniou et R.Eymard dans un article soumis à publication en 2005.

Ingrid VIOLET – violet@math.univ-bpclermont.fr
Université Blaise Pascal, 24 avenue des Landais, 63177 Aubière
Claire CHAINAIS – chainais@math.univ-bpclermont.fr
Université Blaise Pascal, 24 avenue des Landais, 63177 Aubière
Yue-Jun PENG – peng@math.univ-bpclermont.fr
Université Blaise Pascal, 24 avenue des Landais, 63177 Aubière