

Écoulements sanguins et interaction fluide-structure

Jean-Frédéric GERBEAU, INRIA Rocquencourt

La simulation numérique des écoulements sanguins a connu de nombreux développements au cours des dernières années. Les diverses approches se distinguent selon les phénomènes physiques modélisés (mécanique des fluides, des structures, biochimie, *etc.*), les échelles spatiales prises en compte (micro ou macro circulation), la résolution des modèles (EDO en temps sur des quantités moyennées en espace, EDP 1D, EDP 3D). Plutôt que de tenter un état de l’art, forcément incomplet, nous nous focaliserons sur quelques applications dans lesquelles la modélisation et la simulation numérique nous semblent pouvoir apporter des contributions intéressantes. On distinguera les questions *cliniques* des questions posées par la *bio-ingénierie*. On exposera ensuite des problèmes d’analyse numérique et de calcul scientifique qui apparaissent quand on veut simuler l’interaction mécanique entre l’écoulement du sang et la paroi des vaisseaux.

Un exemple de question clinique Il est très difficile cliniquement de mesurer la pression artérielle à la sortie du coeur. En revanche, la pression au niveau d’un doigt de la main est facilement accessible à l’aide d’un dispositif non invasif de routine. Des modèles simplifiés ont été utilisés avec succès par M. Sorine et ses collaborateurs pour déduire la première de la seconde [2]. Nous présenterons brièvement cette approche comme illustration de ce qu’il est possible d’obtenir avec des modèles réduits.

Un exemple de question en bio-ingénierie Une société développe un dispositif médical, appelé *stent*, s’insérant dans une artère. Ce type de dispositif est utilisé généralement pour rétablir la lumière de vaisseaux obstrués par l’athérosclérose. Mais dans le cas qui nous intéresse, le *stent* a pour objet de couvrir l’entrée d’un anévrisme (excroissance dangereuse d’un vaisseau) afin d’en limiter les risques de rupture. Si des dispositifs analogues sont déjà utilisés pour certains types d’anévrismes (ceux de l’aorte abdominale par exemple), il est en revanche inédit d’utiliser cette technique pour des anévrismes cérébraux situés dans des bifurcations. Pour obtenir une autorisation de mise sur le marché, le concepteur du *stent* est par conséquent tenu de prouver, par les “moyens connus à ce jour”, que son dispositif sera non seulement efficace mais aussi qu’il ne sera pas néfaste pour le reste de la circulation. Aux “moyens connus à ce jour” classiques – les expériences *in vivo* et *in vitro* – s’ajoutent depuis peu les expériences numériques. Cette nouvelle norme conduit donc naturellement les fabricants à se tourner vers la simulation. Pour ce type de problèmes, les modèles réduits ne donnent pas suffisamment d’informations et doivent être remplacés par des modèles tridimensionnels. Nous présenterons des résultats de travaux de ce type, menés en collaboration avec M. Fernández et V. Martin et la société Cardiatiss [6].

Interaction fluide-structure dans les artères Il est bien connu que les artères ne sont pas rigides: elles se déforment sous l’effet de l’écoulement du sang, et, naturellement, leur déformation influence à son tour l’écoulement. Cette interaction peut être modélisée grossièrement, voire négligée, pour traiter certaines questions. C’est le cas pour le problème “clinique” évoqué ci-dessus. En revanche, s’il s’agit d’évaluer des contraintes mécaniques distribuées sur des parois de vaisseaux ou des *stents*, comme dans des problèmes typiques de bio-ingénierie, alors la prise en compte de l’interaction mécanique entre le sang et la paroi devient importante. Or, ce problème couplé s’avère particulièrement ardu à résoudre numériquement. Il est en effet apparu dès la fin des années 90 [13] que les algorithmes de couplage utilisés avec succès en aéroélasticité (couplage faible, *i.e.* ne préservant pas le bilan d’énergie) étaient instables pour les écoulements sanguins. Ceci a motivé le développement de nombreuses méthodes de couplage fort, par nature extrêmement coûteuses et complexes [3, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15]. Nous présenterons les principales idées de quelques-unes de ces approches. Nous montrerons enfin comment une meilleure compréhension des difficultés numériques sur des modèles simplifiés [1] a conduit à un nouveau schéma, faiblement couplé - donc très efficace - et stable en hémodynamique [4, 5].

Références

- [1] P. CAUSIN, J.-F. GERBEAU, AND F. NOBILE. *Added-mass effect in the design of partitioned algorithms for fluid-structure problems. Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, 194(42-44), 2005.

- [2] E. CRÉPEAU, C MÉDIGUE, Y. PAPELIER, AND M. SORINE. *A reduced model of pulsatile flow in an arterial compartment. application to proximal pressure estimation from distal measurements.* in preparation.
- [3] S. DEPARIS, M. DISCACCIATI, G. FOURESTHEY, AND A. QUARTERONI. *Heterogeneous domain decomposition methods for fluid-structure interaction problems.* Technical report, EPFL-IACS report 08.2005, 2005.
- [4] M.A. FERNÁNDEZ, J.-F. GERBEAU, AND C. GRANDMONT. *A projection semi-implicit scheme for the coupling of an elastic structure with an incompressible fluid.* Technical report, INRIA RR-5700, 2005. To appear in *Int. J. Num. Meth. Engng.*
- [5] M.A. FERNÁNDEZ, J.-F. GERBEAU, AND C. GRANDMONT. *A projection algorithm for fluid-structure interaction problems with strong added-mass effect.* *C. R. Acad. Sci. Paris, Math.*, 342, 2006.
- [6] M.A. FERNÁNDEZ, J.-F. GERBEAU, AND V. MARTIN. (in preparation).
- [7] M.A. FERNÁNDEZ AND M. MOUBACHIR. *A newton method using exact Jacobians for solving fluid-structure coupling.* *Comp. & Struct.*, 83:127–142, 2005.
- [8] J.-F. GERBEAU AND M. VIDRASCU. *A quasi-Newton algorithm based on a reduced model for fluid-structure interactions problems in blood flows.* *Math. Model. Num. Anal.*, 37(4):631–648, 2003.
- [9] M. HEIL. *An efficient solver for the fully coupled solution of large-displacement fluid-structure interaction problems.* *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 193(1-2):1–23, 2004.
- [10] P. LE TALLEC AND J. MOURO. *Fluid structure interaction with large structural displacements.* *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 190:3039–3067, 2001.
- [11] H.G. MATTHIES AND J. STEINDORF. *Partitioned but strongly coupled iteration schemes for non-linear fluid-structure interaction.* *Comp. & Struct.*, 80(27–30):1991–1999, 2002.
- [12] H.G. MATTHIES AND J. STEINDORF. *Partitioned strong coupling algorithms for fluid-structure interaction.* *Comp. & Struct.*, 81:805–812, 2003.
- [13] F. NOBILE. *Numerical approximation of fluid-structure interaction problems with application to haemodynamics.* PhD thesis, EPFL, Switzerland, 2001.
- [14] P. RABACK, J. RUOKOLAINEN, M. LYLY, AND E. JÄRVINEN. *Fluid-structure interaction boundary conditions by artificial compressibility* In *ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference, Swansea, 2001*, 2001.
- [15] T.E. TEZDUYAR. *Finite element methods for fluid dynamics with moving boundaries and interfaces.* *Arch. Comput. Methods Engrg.*, 8:83–130, 2001.