

Un schéma MURD conservatif pour les problèmes de convection linéaire posés sur un domaine mobile. Application aux écoulements à surface libre en dimension trois.

Astrid DECOENE, INRIA
Jean-Frédéric GERBEAU, INRIA

Nous proposons un schéma numérique monotone et conservatif pour résoudre le problème de convection linéaire d'un scalaire dans un domaine mobile.

L'idée est d'utiliser l'approche MURD ("Multidimensional Upwind Residual Distributive") [1], qui permet la construction de schémas satisfaisant les propriétés mentionnées, tout en garantissant une haute précision et stabilité de la solution. Ces schémas ont cependant été développés pour des problèmes posés sur des domaines immobiles, et leur application aux domaines mobiles n'a pas encore été bien étudiée. Plusieurs auteurs [4, 5] ont montré que le mouvement du domaine pouvait affecter un schéma numérique de manière négative, entraînant par exemple une détérioration des propriétés de précision, stabilité ou conservation. Dans certains cas, la vérification d'une condition particulière, appelée Loi de Conservation Géométrique (GCL), peut assurer la préservation de ces propriétés.

Nous dérivons une forme générique de schémas MURD à partir de la formulation non conservative du problème continu posé sur un domaine mobile, dans le cas où la vitesse de convection est à divergence nulle. Nous montrons ensuite que les propriétés satisfaites par les schémas distribués posés sur un domaine immobile se sont pas altérés par le mouvement du domaine, sauf en ce qui concerne la conservation de la quantité convectée. En effet, les schémas ALE-MURD proposés doivent vérifier une condition supplémentaire pour rester conservatifs lorsque le domaine bouge. Nous exprimons donc cette condition et discutons du lien existant entre celle-ci et la GCL. Nous proposons enfin un schéma ALE-MURD conservatif pour résoudre le problème de convection linéaire dans le cadre des écoulements à surface libre en dimension trois.

L'approche ALE-MURD présentée ici nous a permis notamment de mettre à jour les schémas de convection du système Telemac-3D [2, 3], afin d'assurer leur propriété de conservation sur tout domaine mobile quelle que soit la transformation ALE utilisée. Nous présentons quelques tests numériques illustrant la bonne conservation de la quantité convectée par ces schémas.

Références

- [1] H. PAILLÈRE, H. DECONINCK, *Compact Vertex Convection Schemes on unstructured Meshes.*, In Problèmes non linéaires appliqués. Schémas distribués en mécanique des fluides et applications. Support de cours Ecoles CEA-EDF-INRIA, 25-28 avril 2000.
- [2] J.-M. HERVOUET, *Hydrodynamique des écoulements à surface libre. Modélisation numérique avec la méthode des éléments finis.*, Presses de l'école nationale des Ponts et Chaussées, 2003.
- [3] JANIN J.M., *Conservativité et positivité dans un module de transport de scalaire écrit en éléments finis. Application à Telemac-3D.*, Rapport EDF R&D-LNHE, 1996.
- [4] F. FORMAGGIA, F. NOBILE, *Stability Analysis of second order time accurate the Arbitrary Lagrangian Eulerian Formulation with Finite Elements.*, East-West Journal of Numerical Mathematics vol. 7, 105-132, 1999.
- [5] H. GUILLARD, C. FARHAT, *On the significance of the geometric conservation law for flow computations on moving boundaries.*, Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 190(11-12), 14671-1482, 2000.

Astrid DECOENE – astrid.decoene@inria.fr
INRIA Rocquencourt B.P. 105 78153 Le Chesnay Cedex France
Jean-Frédéric GERBEAU – Jean-Frederic.Gerbeau@inria.fr
INRIA Rocquencourt B.P. 105 78153 Le Chesnay Cedex France