

# Valeurs propres de l'opérateur de Maxwell et IRM

Patrice BOISSOLES, ENS Cachan, antenne Bretagne

Monique DAUGE, Université de Rennes 1

**Mots-clés :** imagerie par résonance magnétique, spectre d'opérateurs, équations de Maxwell, axisymétrie

Les objets métalliques longs tels que les câbles de monitoring servant à mesurer la pulsation cardiaque du patient sont sujet à une élévation de température lors des examens IRM : une élévation de  $60^{\circ}\text{C}$  a été mise en évidence lors d'une expérience utilisant un gel ayant les mêmes propriétés biologiques que le corps humain (voir [1]). Il ressort de la littérature médicale que, pour une pulsation donnée du champ radiofréquence  $\hat{h}$  émis par l'antenne IRM, il existe une longueur de métal pour laquelle le champ magnétique total entre en résonance et provoque une élévation de température importante.

Les problèmes tridimensionnels étant coûteux à résoudre numériquement, nous considérons le cas d'une configuration axisymétrique afin de nous ramener à la résolution de problèmes bidimensionnels : le domaine  $\Omega$  dans lequel nous travaillons est un cylindre situé à l'intérieur de l'antenne. L'objet métallique est lui aussi modélisé par un cylindre  $\Omega_m$  de même axe que  $\Omega$ . Le champ magnétique total est obtenu en résolvant les équations de Maxwell dans  $\Omega$  à l'aide d'un code de calcul utilisant la bibliothèque d'éléments finis MÉLINA (voir [2]) et le développement en série de Fourier de la solution.

Dans le cas limite où l'objet métallique est un conducteur parfait, le champ magnétique ne pénètre pas à l'intérieur du métal et nous sommes conduit à étudier le spectre de l'opérateur de Maxwell dans un domaine troué. Le cas simplifié du disque troué montre que la présence du trou engendre des valeurs propres associées à la composante suivant  $\theta$  du coefficient de Fourier d'indice zéro. D'après [3], ce dernier est nul pour le champ radiofréquence. Pour mettre en évidence le phénomène de résonance, nous considérons donc des domaines  $\Omega$  et  $\Omega_m$  décalés par rapport à l'axe de l'antenne et nous utilisons un développement en série de Fourier autour de l'axe du métal.

Les premiers résultats sont très encourageants : ils montrent l'existence d'une valeur propre de l'opérateur de Maxwell inversement proportionnelle à la longueur du métal (voir la figure 1).

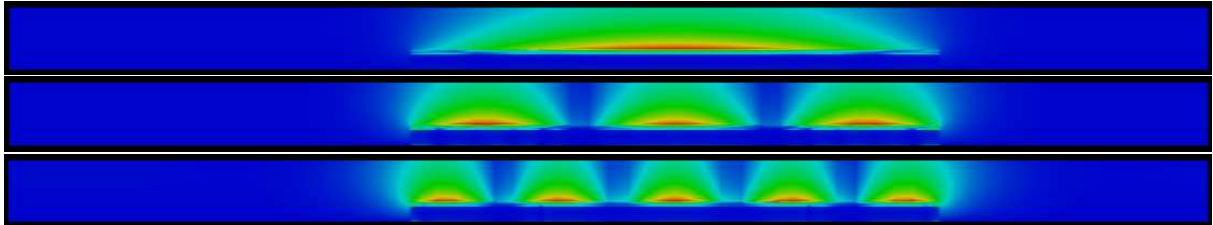


FIG. 1 - Module de la composante suivant  $\theta$  du coefficient de Fourier d'ordre zéro du champ magnétique associé aux trois premières pulsations de résonance

## Références

- [1] M. F. DEMPSEY, B. CONDON, D. M. HADLEY, *Investigation of the Factors Responsible for Burns During MRI*, *J. Magn. Reson. Imaging*, 2001.
- [2] D. MARTIN, MÉLINA, *bibliothèque de calculs éléments finis*, <http://perso.univ-rennes1.fr/daniel.martin/melina/index.html>.
- [3] P. BOISSOLES, *Problèmes théoriques et numériques liés à l'imagerie par résonance magnétique nucléaire*, Thèse de doctorat, Université de Rennes 1, 2005.

Patrice BOISSOLES – [patrice.boissoles@bretagne.ens-cachan.fr](mailto:patrice.boissoles@bretagne.ens-cachan.fr)  
IRMAR, ENS Cachan, antenne de Bretagne, Campus de Ker Lann, 35170 Bruz  
Monique DAUGE – [Monique.Dauge@univ-rennes1.fr](mailto:Monique.Dauge@univ-rennes1.fr)  
IRMAR, Université de Rennes 1, Campus de Beaulieu, 35000 Rennes