

Optimisation de formes par la méthode des lignes de niveaux : application à la conception de mécanismes compliant

François JOUVE, CMAP-École Polytechnique

Houari MECHKOUR, CMAP-École Polytechnique

Résumé

La conception optimale de structures destinées à la fabrication de micro-mécanismes peut être envisagée comme un problème d'optimisation de formes avec des fonctions objectifs adaptées. Nous proposons une extension de la méthode des courbes de niveaux (ou level set) pour deux nouvelles fonctions-objectif, permettant la conception optimale de mécanismes compliant.

Mots-clefs : optimisation de formes, level set, micromécanisme

1 Introduction

L'utilisation de techniques d'optimisation de formes pour la conception de mécanismes compliant a été utilisée dans plusieurs travaux (voir par exemple [1], [3], [4], [7], [9], [12] et [15]). Parmi ces techniques, on constate que la méthode des lignes de niveaux (ou level set) est devenu récemment un outil classique et essentiel. Cette méthode utilise la représentation par courbes de niveaux introduite par Osher et Sethian pour le suivi de frontières libres dans les problèmes de fluides multiphasiques. Elle a été implémentée récemment pour des problèmes d'optimisation de structures mécaniques dans [2], [4], [5], [13], [14] et [17], pour laquelle la vitesse du front de propagation est calculée en utilisant la dérivée de forme de l'optimisation de frontière classique. Cette dérivée de forme dépend de l'état adjoint.

Dans ce travail, nous présentons brièvement la méthode de lignes de niveaux, en suivant la définition donnée dans [2] et [4], puis nous en proposons une extension nouvelle pour des fonctions-objectif utilisées dans le domaine de la conception de micro-mécanismes compliant (cf. [7][9][12]).

2 Optimisation de mécanismes

Comme annoncé dans l'introduction, nous considérons la conception de mécanismes comme un problème d'optimisation de formes. Pour cela, on se donne un domaine de travail (dans lequel doit d'inscrire la forme du mécanisme), et une fonction-objectif. On cherche alors la forme d'une structure élastique optimale pour cette fonction-objectif.

On note $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ ($d = 2$ ou 3) un domaine borné occupé par un matériau linéairement élastique, isotrope de loi de Hooke A . Pour toute matrice symétrique ξ , A est défini par

$$A\xi = 2\mu\xi + \lambda(\text{Tr}\xi)\text{Id},$$

où λ et μ sont les coefficients de Lamé du matériau. La frontière de Ω comprend deux parties disjointes

$$\partial\Omega = \Gamma_N \cup \Gamma_D,$$

avec des conditions aux limites de Dirichlet sur Γ_D , et de Neumann sur Γ_N . Notons f les forces volumiques et g les forces surfaciques. Le champ de déplacement u est solution du problème d'élasticité linéarisée

$$\begin{cases} -\text{div}(Ae(u)) = f & \text{dans } \Omega, \\ u = 0 & \text{sur } \Gamma_D, \\ (Ae(u))n = g & \text{sur } \Gamma_N, \end{cases} \quad (1)$$

Comme Ω varie au cours du processus d'optimisation, f et g doivent être définies pour toutes les configurations possibles de Ω . Nous introduisons donc un domaine de travail D (un ouvert borné de \mathbb{R}^d) qui

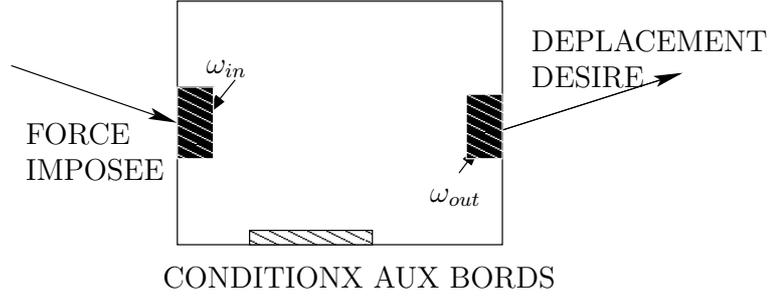


Figure 1: Définition d'un mécanisme compliant.

contient toutes les formes admissibles Ω . Pour que (1) ait un sens, on prend $f \in L^2(D)^d$, $g \in H^1(D)^d$ et on suppose $\Gamma_D \neq \emptyset$. Alors (1) a une unique solution dans $H^1(D)^d$. La fonction-objectif est notée $J(\Omega)$. Dans ce papier nous nous concentrerons sur trois choix¹ particuliers de $J(\Omega)$. Un premier choix est un critère de moindres carrés sur l'écart à un déplacement-cible :

$$J_1(\Omega) = \left(\int_{\Omega} k(x) |u(x) - u_0(x)|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

où u_0 désigne un déplacement-cible donné et k est une fonction bornée sur Ω servant typiquement à localiser la zone sur laquelle on désire contrôler le déplacement de la structure.

Le second choix est

$$J_2(\Omega) = - \frac{\int_{\Omega} \chi_{out}(x) (l_{out}(x), u(x)) dx}{\left(\int_{\Omega} \chi_{in}(x) |u|^2(x) dx \right)^{1/2}}, \quad (3)$$

où χ_{in} et χ_{out} sont les fonctions caractéristiques correspondant aux domaines d'entrée et de sortie respectivement (cf. Figure 1), et l_{out} est un vecteur qui détermine la direction de sortie souhaitée. La formulation (3) est inspirée par une fonctionnelle appelée l'*avantage géométrique* (GA) utilisé par exemple dans [12], sous la forme suivante

$$GA = \frac{(l_{out}, \mathbf{u}_{out})_{L^2(\Omega)}}{\|\mathbf{u}_{in}\|_{L^2(\Omega)}}$$

Le dernier choix, est la fonction objectif suivante :

$$J_3(\Omega) = - \int_{\Omega} \chi_{out}(x) (l_{out}(x), u(x)) dx. \quad (4)$$

La fonction (4) est inspirée par l'*avantage mécanique* (MA) utilisée par exemple dans [10] et [11].

Nous définissons l'ensemble des formes admissibles, qui doivent être incluses dans D et de volume donné V , par

$$\mathcal{U}_{ad} = \{\Omega \subset D \text{ t.q. } |\Omega| = V\}.$$

Notre problème modèle d'optimisation de formes s'écrit :

$$\inf_{\Omega \in \mathcal{U}_{ad}} J(\Omega). \quad (5)$$

Pour des raisons d'existence de formes optimales, une variante du problème (5) avec des contraintes de régularité, et de périmètre, pourra être utilisée (pour plus de détails, voir [2] et [4]).

3 Principe de la méthode des lignes de niveaux

Cette section reprend les principaux résultats obtenus par les travaux de Allaire, Jouve et Toader dans [2], [3], [4] et [5]. Pour plus de détails, le lecteur est invité à s'y reporter.

¹D'autres fonctions-objectif adaptées à la conception de mécanismes sont présentées dans [8].

3.1 Dérivée de forme

Pour appliquer une méthode de gradient à la minimisation de (5), rappelons la notion classique de dérivée de forme. Partant d'un domaine ouvert initial Ω supposé régulier, nous considérons des domaines du type

$$\Omega_\theta = (\text{Id} + \theta)(\Omega),$$

avec $\theta \in W^{1,\infty}(\mathbb{R}^d, \mathbb{R}^d)$. Pour θ assez petit, $(\text{Id} + \theta)$ est un difféomorphisme dans \mathbb{R}^d .

Définition 3.1 La dérivée de forme de $J(\Omega)$ en Ω est définie comme la dérivée de Fréchet dans $W^{1,\infty}(\mathbb{R}^d, \mathbb{R}^d)$ en 0 de l'application $\theta \rightarrow J((\text{Id} + \theta)(\Omega))$, i.e.

$$J((\text{Id} + \theta)(\Omega)) = J(\Omega) + J'(\Omega)(\theta) + o(\theta) \text{ avec } \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{|o(\theta)|}{\|\theta\|} = 0,$$

où $J'(\Omega)$ est une forme linéaire continue sur $W^{1,\infty}(\mathbb{R}^d, \mathbb{R}^d)$.

Nous rappelons deux lemmes données dans [2] et [4], qui donnent deux exemples de dérivées de formes que nous utilisons pour démontrer le Théorème 3.1.

Lemme 3.1 Soit Ω un ouvert borné régulier et $\phi \in W^{1,1}(\mathbb{R}^d)$. On pose

$$J(\Omega) = \int_{\Omega} \phi(x) dx.$$

Alors J est différentiable en Ω et

$$J'(\Omega)(\theta) = \int_{\Omega} \text{div}(\theta(x)\phi(x)) dx = \int_{\partial\Omega} \theta(x) \cdot n(x) \phi(x) ds, \quad \forall \theta \in W^{1,\infty}(\mathbb{R}^d, \mathbb{R}^d)$$

Lemme 3.2 Soit Ω un ouvert borné régulier et $\phi \in W^{1,1}(\mathbb{R}^d)$. On pose

$$J(\Omega) = \int_{\partial\Omega} \phi(x) ds.$$

Alors J est différentiable en Ω et

$$J'(\Omega)(\theta) = \int_{\partial\Omega} \theta \cdot n \left(\frac{\partial\phi}{\partial n} + H\phi \right) ds,$$

$\forall \theta \in W^{1,\infty}(\mathbb{R}^d, \mathbb{R}^d)$, où H désigne la courbure moyenne de $\partial\Omega$ définie par $H = \text{div}n$.

Théorème 3.1 Soit Ω un ouvert borné régulier et $\theta \in W^{1,\infty}(\mathbb{R}^d, \mathbb{R}^d)$. On suppose que les données f et g ainsi que la solution u de (1) sont réguliers, (i.e. $f \in H^1(\Omega)^d$, $g \in H^2(\Omega)^d$ et $u \in H^2(\Omega)^d$). La dérivée de forme de (2) s'écrit

$$J'_1(\Omega)(\theta) = \int_{\partial\Omega} \left(\frac{C_0}{2} k |u - u_0|^2 + Ae(p) \cdot e(u) \right) \theta \cdot n \, ds - \int_{\Gamma_N} \left(f \cdot p + \frac{\partial(g \cdot p)}{\partial n} + Hg \cdot p \right) \theta \cdot n \, ds, \quad (6)$$

où p est l'état adjoint, supposé régulier, i.e. $p \in H^2(\Omega)^d$, défini comme la solution du problème adjoint

$$\begin{cases} -\text{div}(Ae(p)) = -C_0 k (u - u_0) & \text{dans } \Omega, \\ p = 0 & \text{sur } \Gamma_D, \\ (Ae(p))n = 0 & \text{sur } \Gamma_N, \end{cases} \quad (7)$$

où C_0 est une constante définie par

$$C_0 = \left(\int_{\Omega} k(x) |u(x) - u_0(x)|^2 dx \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

La dérivée de forme de (3) vaut

$$J'_2(\Omega)(\theta) = \int_{\partial\Omega} \left(\left(\frac{\langle l_{out}, \chi_{out} u \rangle}{C_1} - \frac{\chi_{in} |u|^2}{2C_2} \right) J(\Omega) + Ae(p) \cdot e(u) \right) \theta \cdot n \, ds - \int_{\Gamma_N} \left(f \cdot p + \frac{\partial(g \cdot p)}{\partial n} + Hg \cdot p \right) \theta \cdot n \, ds, \quad (8)$$

où p est l'état adjoint, supposé régulier, i.e. $p \in H^2(\Omega)^d$, défini comme la solution du problème adjoint

$$\begin{cases} -\operatorname{div}(Ae(p)) = \left(\frac{\chi_{out} l_{out}}{C_1} - \frac{\chi_{in} u}{C_2}\right) J(\Omega) & \text{dans } \Omega, \\ p = 0 & \text{sur } \Gamma_D, \\ (Ae(p))n = 0 & \text{sur } \Gamma_N, \end{cases} \quad (9)$$

où C_1 et C_2 sont des constantes données par

$$C_1 = \int_{\Omega} (l_{out}, \chi_{out} u) \, dx, \quad \text{et } C_2 = \int_{\Omega} \chi_{in} |u|^2 \, dx$$

La dérivée de forme de (4) vaut

$$J'_3(\Omega)(\theta) = \int_{\partial\Omega} \left((l_{out}, \chi_{out} u) + Ae(p) \cdot e(u) \right) \theta \cdot n \, ds - \int_{\Gamma_N} \left(f \cdot p + \frac{\partial(g \cdot p)}{\partial n} + Hg \cdot p \right) \theta \cdot n \, ds, \quad (10)$$

où p est l'état adjoint défini comme la solution du problème adjoint

$$\begin{cases} -\operatorname{div}(Ae(p)) = -\chi_{out} l_{out} & \text{dans } \Omega, \\ p = 0 & \text{sur } \Gamma_D, \\ (Ae(p))n = 0 & \text{sur } \Gamma_N, \end{cases} \quad (11)$$

Preuve : cf. [8]

Nous pouvons maintenant décrire une méthode de gradient pour la minimisation d'une fonction-objectif $J(\Omega)$. L'expression générique de la dérivée de forme est

$$J'(\Omega)(\theta) = \int_{\partial\Omega} v \theta \cdot n \, ds, \quad (12)$$

où la fonction v est donnée par le Théorème 3.1. Si on néglige les problèmes de régularité, une direction de descente sera définie en introduisant un champ de vecteurs

$$\theta = -vn,$$

et en actualisant la forme Ω par

$$\Omega_t = (\operatorname{Id} + t\theta)\Omega,$$

où $t > 0$ est un petit pas de descente. Formellement on obtient

$$J(\Omega_t) = J(\Omega) - t \int_{\partial\Omega} v^2 \, ds + \mathcal{O}(t^2),$$

ce qui garantit la décroissance de la fonction-objectif.

3.2 Paramétrisation des formes

Soit $D \subset \mathbb{R}^d$ le domaine de travail dans lequel seront incluses toutes les formes admissibles Ω . Nous paramétrons la frontière de Ω par la fonction courbes de niveaux, définie sur D par

$$\begin{cases} \psi(x) = 0 & \Leftrightarrow x \in \partial\Omega \cap D, \\ \psi(x) < 0 & \Leftrightarrow x \in \Omega, \\ \psi(x) > 0 & \Leftrightarrow x \in D \setminus \bar{\Omega}. \end{cases} \quad (13)$$

La normale n à la frontière Ω est calculée par $\frac{\nabla\psi}{|\nabla\psi|}$ et la courbure moyenne H est donnée par $\operatorname{div}n$.

Remarque 3.1 Les définitions des quantités n , H à travers la fonction ψ s'étendent à tout le domaine D puisque ψ est définie sur tout D . Les équations de l'élasticité pour les états u et p sont aussi étendues à tout D par le biais de la méthode du matériau fictif qui consiste à remplacer le vide par un matériau mou ([2] et [4]). De même, les expressions du champ v qui intervient dans la formule (12) et qui sont données, pour les 3 exemples de fonctions-objectif, par (6), (8) et (10), ont un sens dans tout le domaine D et pas seulement sur $\partial\Omega$.

3.3 Algorithme d'optimisation

Bouger la frontière de Ω suivant la direction de descente $-\mathcal{J}'(\Omega)$ revient à transporter ψ par l'équation d'Hamilton-Jacobi :

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - v|\nabla \psi| = 0, \quad (14)$$

où v est défini par (12).

Nous proposons le même algorithme que [2] et [4], structuré de la manière suivante :

1. Initialisation de la fonction level set ψ_0 correspondant à une forme initiale Ω_0 .
2. Itération jusqu'à convergence, pour $k \geq 0$:
 - (a) calcul de l'état u_k et de l'état adjoint p_k par la résolution de deux problèmes d'élasticité linéarisée posés sur Ω_k ,
 - (b) déformation de Ω_k par résolution de l'équation d'Hamilton-Jacobi (14). La nouvelle forme Ω_{k+1} est caractérisée par la fonction courbe de niveaux ψ_{k+1} solution de (14) après un ou plusieurs pas de temps Δt_k en partant de la condition initiale $\psi_k(x)$ avec la vitesse $-v_k$ calculée en fonction de u_k et de p_k . Le pas de temps Δt_k est choisi tel que $J(\Omega_{k+1}) \leq J(\Omega_k)$.
3. De temps en temps, pour des raisons de stabilité, la fonction ψ_k est réinitialisée en résolvant l'équation suivante

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi_k}{\partial t} + \text{sign}(\psi_{k-1})(|\nabla \psi_k| - 1) = 0 & \text{dans } D \times \mathbb{R}^+, \\ \psi_k(t=0, x) = \psi_{k-1}(x) & \text{dans } D. \end{cases} \quad (15)$$

dont une solution stationnaire est telle que $|\nabla \psi| = 1$.

L'équation (14) est résolue par un schéma explicite décentré sur une grille cartésienne, ou bien par un schéma spécifique lorsque le maillage est non structuré.

4 Résultats numériques

Dans cette section, nous nous restreindrons aux problèmes bidimensionnels qui sont plus proches des applications réelles dans le domaine des micromécanismes. Néanmoins, la méthode est implémentée en 3d (voir [2] et [4]) et la représentation par level set est particulièrement adaptée aux problèmes tridimensionnels. Dans tous les exemples numériques nous utilisons un maillage quadrangulaire à la fois pour la fonction level set et le champ de déplacement. Nous utilisons des éléments finis \mathcal{Q}^1 pour le calcul des solutions élastiques. Tous les cas-test utilisent les données suivantes : Le module d'Young E du matériau A est $E = 1$ GPa et le coefficient de Poisson ν vaut 0.3. Le vide des trous est remplacé par du matériau de même coefficient de Poisson et de module d'Young εE avec $\varepsilon = 10^{-2}$. Pour chaque calcul élastique, 20 pas de temps explicites sont effectués pour l'équation de transport. Ce nombre est automatiquement réduit si la fonction-coût ne décroît pas. Nous réinitialisons la fonction ψ tous les 5 pas de temps en effectuant 5 pas de temps explicites de l'équation (15).

4.1 Exemple 1

Nous étudions un inverseur de force bidimensionnel (cf. Figure 2). Le domaine de calcul est un carré avec des conditions d'encastrement sur les deux coins de gauche. Une force surfacique est appliquée sur le côté gauche du domaine. Le but est de provoquer un déplacement sur le côté droit, opposé à la direction de la force. Pour la même configuration initiale (cf. Figure 2), la Figure 4 montre différentes formes optimales et leurs déformées obtenues à l'aide des trois fonctions-objectif.

4.2 Exemple 2

Il s'agit du cas-test classique de la pince bidimensionnelle décrit par exemple dans [1] et [12]. Le domaine de calcul est un carré avec un trou carré au milieu de la face droite (cf. Figure 5). Les trois fonctions-objectif sont conçues pour obtenir un mécanisme dans lequel les mâchoires se ferment lorsque les forces extérieures sont appliquées. Les Figures 6, 7 et 8 montrent différentes solutions et leurs déformées obtenues à l'aide des trois fonctions-objectif $J_1(\Omega)$, $J_2(\Omega)$ et $J_3(\Omega)$ respectivement.

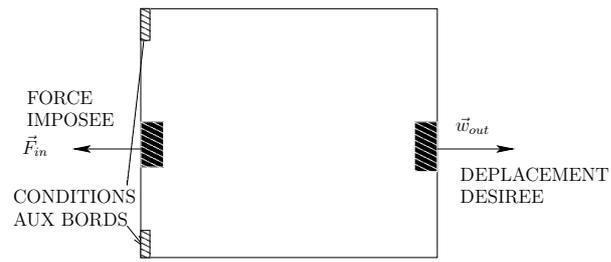


Figure 2: Définition du problème d'inverseur d'effort.

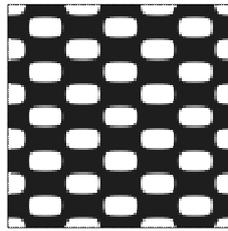


Figure 3: La configuration initiale Ω_0 .

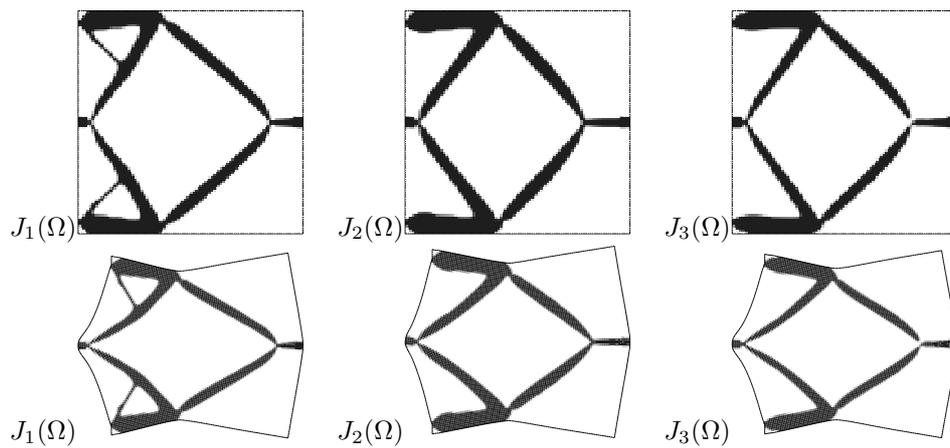


Figure 4: **Inverseur d'effort:** Forme optimale et sa déformée pour chaque fonction-objectif.

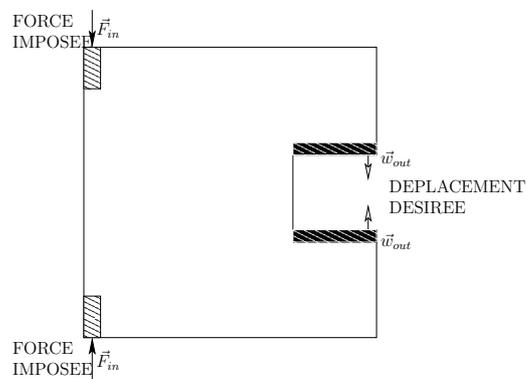


Figure 5: Définition du problème de la pince (type 1).

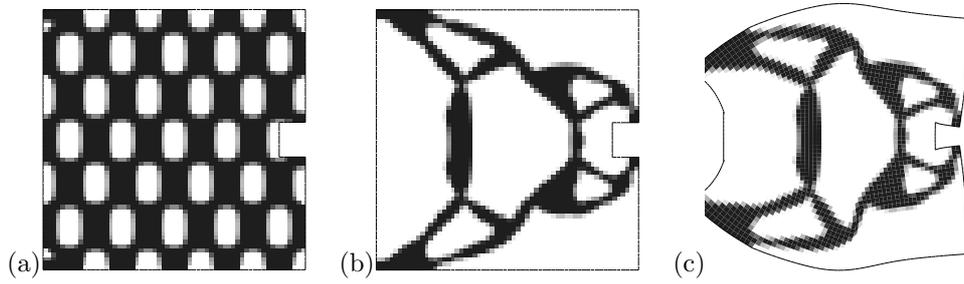


Figure 6: **Pince (type 1) optimisée pour $J_1(\Omega)$** (a): Structure initiale, (b): Structure optimale au repos, (c): Structure optimale déformée.

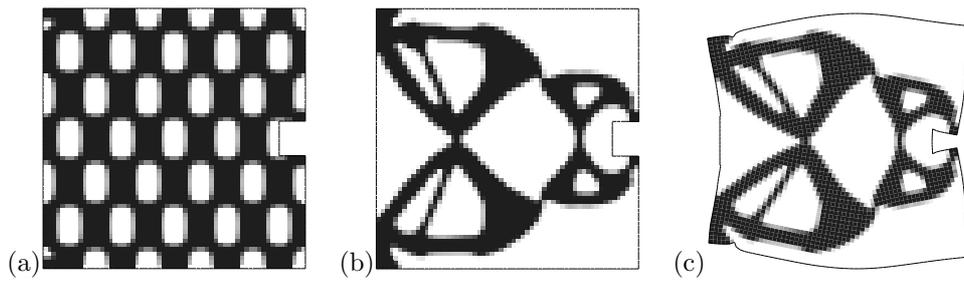


Figure 7: **Pince (type 1) optimisée pour $J_2(\Omega)$** (a): Structure initiale, (b): Structure optimale au repos, (c): Structure optimale déformée.

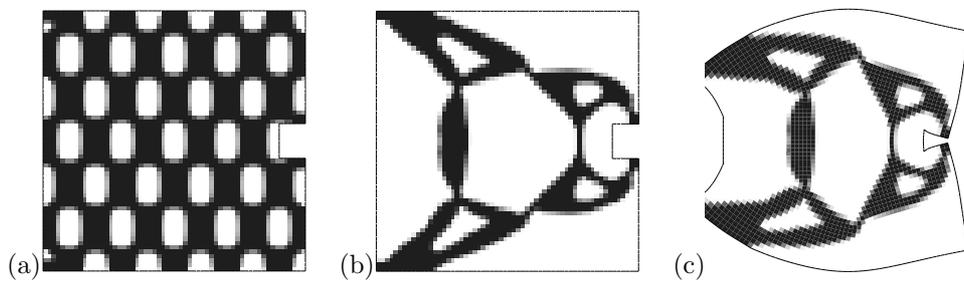


Figure 8: **Pince (type 1) optimisée pour $J_3(\Omega)$** (a): Structure initiale, (b): Structure optimale au repos, (c): Structure optimale déformée.

4.3 Exemple 3

Il s'agit d'une pince bidimensionnelle décrite par exemple dans [1] et [6]. Dans cet exemple, on veut actionner la fermeture d'une pince par une pression horizontale uniforme, appliquée au milieu du côté gauche du domaine (cf. Figure 9). Pour la même configuration initiale, la Figure 10 montre les solutions finales déformées obtenues à l'aide des trois fonctions-objectif.

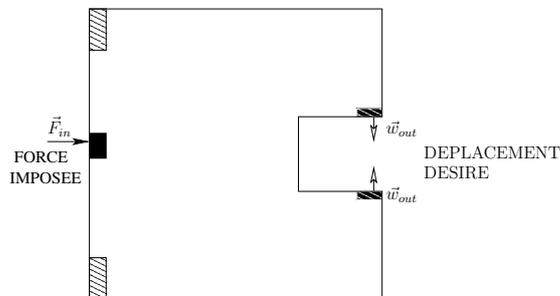


Figure 9: Définition du problème de la *pince (type 2)*.

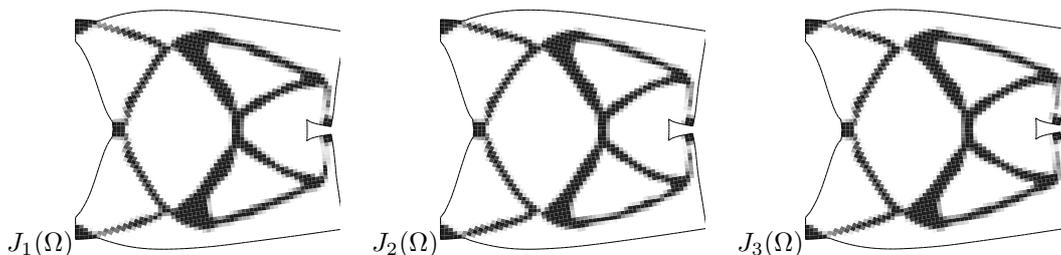


Figure 10: **Pince (type 2)**: Structures optimales déformées à l'aide des trois fonctions-objectif.

4.4 Exemple 4

En reprenant le même exemple précédent sur un domaine rectangulaire. La pince (cf. Figure 11) est encastree au niveau des faces horizontales supérieure et inférieure du domaine, et une force horizontale est appliquée au milieu de la face verticale gauche. La Figure 12 montre les solutions finales obtenues à l'aide des trois fonctions-objectif.

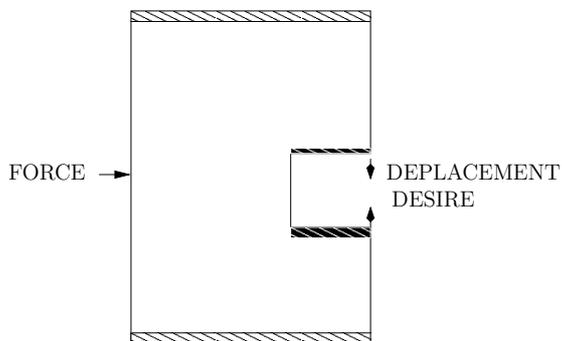


Figure 11: Définition du problème de mécanisme de la pince bidimensionnelle (type 3).

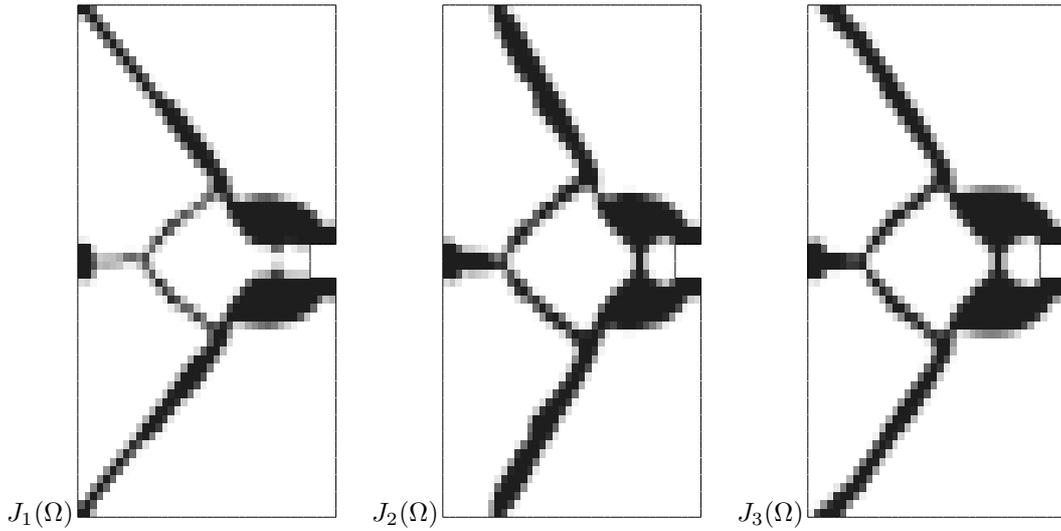


Figure 12: Pince (type 3) optimisée par la méthode des courbes de niveau, à l'aide des trois fonctions-objectif.

4.5 Exemple 5

Nous présentons un exemple numérique étudié dans [15] et [16]. On souhaite un déplacement horizontal sur le côté droit de la structure, en appliquant deux forces opposées dans les deux faces horizontales (cf. Figure 13). La Figure 16 montre les résultats obtenus par l'algorithme à l'aide des trois fonctions-objectif.

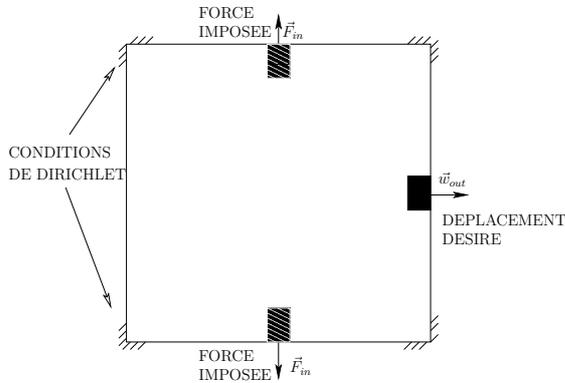


Figure 13: Définition du problème de mécanisme.

4.6 Exemple 6

Nous présentons un mécanisme étudié dans [15] et [16]. Il s'agit d'un problème de même type que le problème précédent, en appliquant deux forces opposées (cf. Figure 15). La figure 16 montre les solutions finales obtenues à l'aide des trois fonctions-objectif, et leurs déformées.

4.7 Exemple 7

Nous présentons un mécanisme d'inverseur de force (cf. Figure 17), avec un multi-chargement de deux forces. Nous appliquons indépendamment et successivement deux forces extérieures \vec{F}_{in}^1 et \vec{F}_{in}^2 en deux zones différentes. Pour traiter le problème, il suffit de résoudre le problème d'optimisation de formes avec

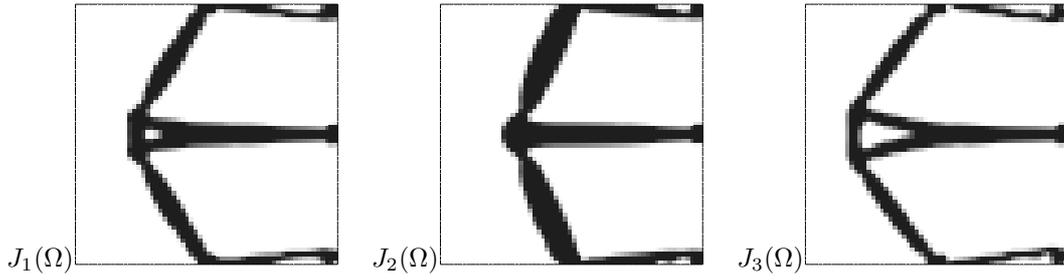


Figure 14: Solutions optimales obtenues à l'aide des trois fonctions-objectif.

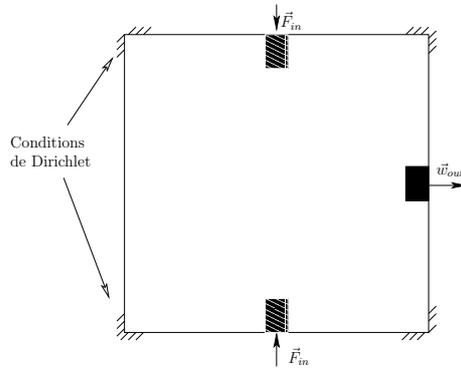


Figure 15: Définition du mécanisme.

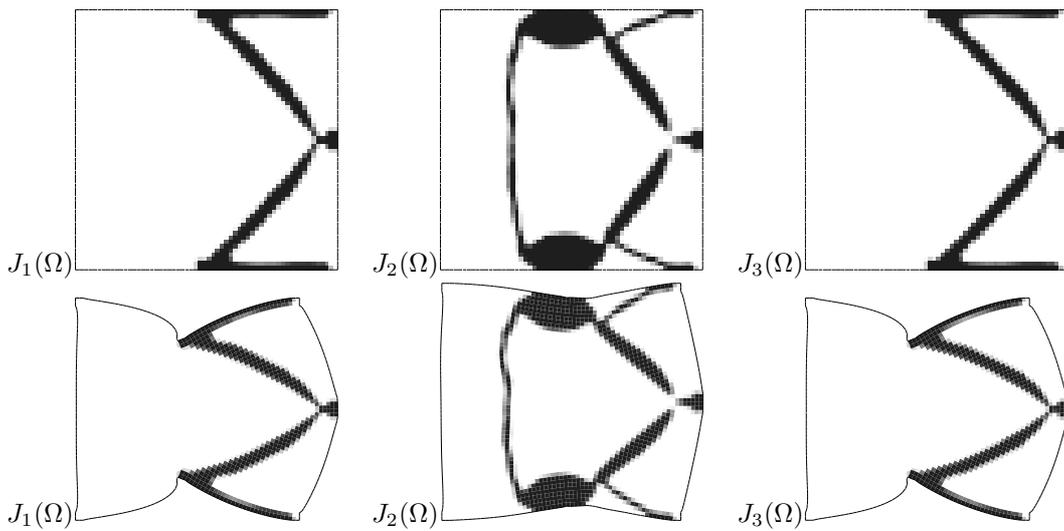


Figure 16: Solutions optimales (au repos) et leurs déformées.

la fonction-objectif suivante

$$\inf_{\Omega \in \mathcal{U}_{ad}} - \sum_{k=1}^2 \frac{\int_{\Omega} \chi_{out}(x) (l_{out}(x), u_k(x)) dx}{\left(\int_{\Omega} \chi_{in}(x) |u_k|^2(x) dx \right)^{1/2}}$$

où u_1 (resp. u_2) est la solution du problème d'élasticité (1) avec une force $f = \vec{F}_{in}^1$ (resp. \vec{F}_{in}^2). Pour plus de détails sur le multi-chargement, le lecteur est invité à consulter [5]. La Figure 18 montre la solution optimale obtenue par la méthode des courbes de niveau ainsi que ses déformées sous l'action des deux chargements. On obtient un mécanisme compliant capable d'effectuer une tâche donnée (déplacement de sortie) pour deux forces d'entrée distinctes. Notons que la structure obtenue est beaucoup moins intuitive que dans le cas mono-chargement de la Figure 4 qui reste à la portée d'un concepteur humain.

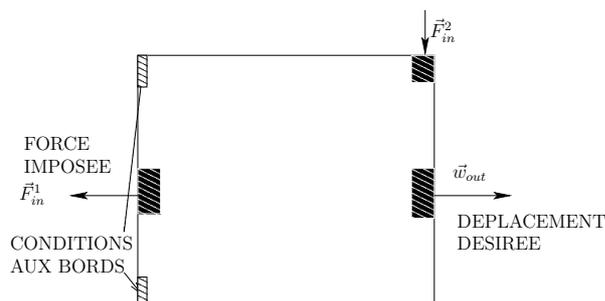


Figure 17: Définition du problème de l'inverseur avec un multi-chargement.

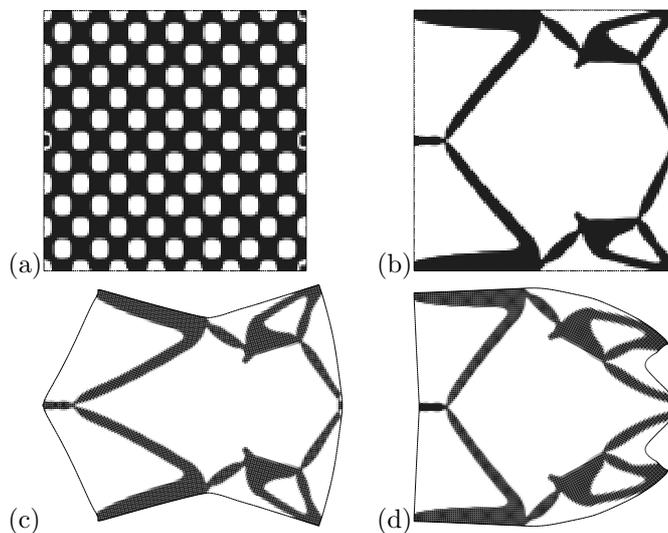


Figure 18: **Inverseur de force avec un multi-chargement** (a): Structure initiale, (b): Structure optimale au repos, (c): Structure optimale déformée sous l'action de la force \vec{F}_{in}^1 , (d): Structure optimale déformée sous l'action de la force \vec{F}_{in}^2 .

5 Conclusion

La méthode des lignes de niveaux a montrée son efficacité comme une aide à la conception des structures flexibles optimales. Elle présente un très bon outil souple et efficace qui intervient en amont du processus, soit pour orienter la conception vers une solution non triviale ou innovante, soit pour optimiser une solution connue, et ceci sans nuire aux performances attendues de la structure flexible.

Remerciements

Ce travail est effectué dans le cadre d'un post-doctorat du second auteur au CMAP, grâce au contrat CMAP/CEA. Les auteurs remercient Catherine Bidard et Christine Rotinat-Libersa pour leur coopération pendant ce travail.

Références

- [1] ALLAIRE G., *Shape Optimization by the Homogenization Method*, Springer Verlag, New York, 2001.
- [2] ALLAIRE G., JOUVE F., TOADER A-M., *A level-set method for shape optimization*, C. R. Acad. Sci. Paris, Série I **334** (2002) 1125-1130.
- [3] ALLAIRE G., JOUVE F., TOADER A-M., *Optimisation de formes par la méthode des lignes de niveaux*, 35^{ème} Congrès National d'Analyse Numérique, La Grande Motte, ESAIM Proceedings (2003).
- [4] ALLAIRE G., JOUVE F., TOADER A-M., *Structural optimization using sensitivity analysis and a level set method*, J. Comp. Phys., **194/1** (2004) 363-393.
- [5] ALLAIRE G., JOUVE F., *A level-set method for vibration and multiple loads structural optimization*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. **194** (2005) 3269-3290.
- [6] ALLAIRE G., JOUVE F., *Optimal design of micro-mechanisms by the homogenization method*, European Journal of Finite Elements, **11** (2002) 405-416.
- [7] FRECKER M.I., ANANTHASURESH G.K., NISHIWAKI S., KIKUCHI N., *Topology synthesis of compliant mechanisms using multi-criteria optimization*, J. Mech. Des. Trans ASME **119/2** (1997) 238-245.
- [8] JOUVE F., MECHKOUR H., *Optimal design of compliant mechanisms using the level-set and multi-criteria optimization methods*, en préparation, (2006).
- [9] MECHKOUR H., JOUVE F., BIDARD C., ROTINAT-LIBERSA C., *Optimal design of compliant mechanisms by level-set and flexible building blocks methods*, soumis pour ASME Design Engineering Technical Conference and Computers in Engineering Conference DETC2006 (2006).
- [10] SAXENA A., ANANTHASURESH G.K., *Topology synthesis of compliant mechanisms for non-linear force-deflection and curved path specifications*, J. Mech. Design, **123** (2001) 33-42
- [11] SAXENA A., ANANTHASURESH G.K., *Topology design of compliant mechanisms with strength considerations*, Mechanics of Structures and Mechanisms. **29** (2001) 199-221.
- [12] SIGMUND O., *On the design of compliant mechanisms using topology optimization*, Mech. Struct. Mach. **25** (1997) 493-524.
- [13] WANG M.Y., WANG D., GUO A., *A level set method for structural topology optimization*, Comput. Methods Appl. Engrg. **192** (2003) 227-246.
- [14] WANG M.Y., WANG D., GUO A., *Structural shape and topology optimization in a level set method based framework of region representation*, Struct. Multidisc. Optim. **27** (2004) 1-19.
- [15] YIN L., ANANTHASURESH G.K., *Topology optimization of compliant mechanisms with multiple materials using a peak function material interpolation scheme*, Struct. Multidisc. Optim. **23** (2001) 49-62.
- [16] YIN L., ANANTHASURESH G.K., *A novel topology design scheme for the multi-physics problems of electro-thermally actuated compliant mechanisms*, Sensors and Actuators A **97-98** (2002) 599-609.
- [17] YULIN M., XIAOMING W., *A level set method for structural topology optimization and its applications*, Advances in Engineering Software **35** (2004) 415-441.

François JOUVE, CMAP-École Polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex, francois.jouve@polytechnique.fr
Houari MECHKOUR, CMAP-École Polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex, mechkour@cmappx.polytechnique.fr