

Optimisation de matière dans un électro-aimant

Patrice Boissoles

Institut de Recherche Mathématique de Rennes
ENS Cachan, antenne de Bretagne



Hamid Ben Hamed

Systèmes et Applications des Technologies de
l'Information et de l'Energie
ENS Cachan, antenne de Bretagne

Problématique étudiée

Pour réaliser des condensats de Bose-Einstein, il faut confiner les atomes. Une manière de faire est d'utiliser un électro-aimant pour créer un piège magnétique. Il s'agit de la démarche adoptée par l'équipe d'Alain Aspect qui a récemment développé un électro-aimant de petites dimensions (13 cm de large x 18 cm de hauteur x 10 cm, voir Fig. 1 et [1]).

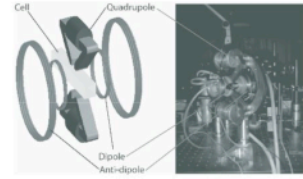


Fig. 1 : Electro-aimant développé par l'équipe d'Alain Aspect

Le but de ce travail est l'étude de l'optimisation de forme d'un électro-aimant à l'aide d'un algorithme génétique.

Principe de l'algorithme génétique

Le principe de l'algorithme génétique est de transposer la théorie de l'évolution et de la sélection naturelle à des systèmes artificiels.

Plus précisément, la méthode utilisée est la suivante :

- ① Il faut tout d'abord définir un codage permettant de représenter une solution possible sous forme d'une chaîne de caractères ou d'un vecteur numérique ; il s'agit de l'analogue de la molécule d'ADN.
- ② Ensuite, il faut se donner une fonction objectif que l'on cherche à minimiser.
- ③ A partir d'un ensemble de solutions choisies au hasard (appelé population initiale), on construit les individus de la génération suivante par croisements et mutations des individus les mieux adaptés de la génération initiale.
- ④ On itère ensuite le procédé pour un nombre de générations donné.

Inconvénients connus de l'algorithme génétique :

- ① La convergence est en général lente et très sensible aux taux de croisement et de mutation.
- ② Il n'y a pas de théorie pour choisir de façon optimale les taux de croisement et de mutation ni pour déterminer le nombre de générations nécessaire pour avoir la convergence.

Application à notre problème

Pour simplifier, on considère un problème bidimensionnel. Pour des raisons de symétrie, on considère uniquement le huitième du domaine rectangulaire total (voir Fig. 2). On se donne un maillage fixe du domaine étudié et on utilise l'algorithme NSGA-II (voir [2]).

On fait de l'optimisation de distribution : chaque élément du domaine contient soit de l'air, soit du cuivre, soit du fer et on cherche la distribution de matière qui minimise la fonction objectif.

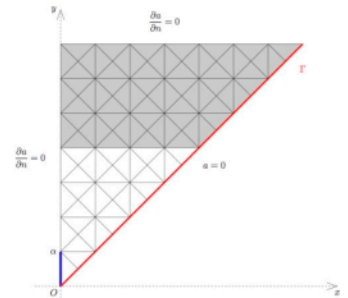


Fig. 2 : Domaine étudié

La fonction objectif est $F(\vec{b}) = -\left\| \frac{\partial b_x}{\partial y} \right\|_{L^2(\Omega, \alpha)}$ où le champ magnétique \vec{b} est obtenu en résolvant l'équation en potentiel ($\vec{b} = \text{rot } a$) suivante :

$$\forall \varphi \in \{\Phi \in H^1; \Phi = 0 \text{ sur } \Gamma\}, \int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \text{grad } a \cdot \text{grad } \varphi \, dx = \int_{\Omega} j \varphi \, dx,$$

où la densité de courant j et la perméabilité magnétique μ sont définies par : $j = \begin{cases} 0, & \text{dans le fer et l'air,} \\ j_{max}, & \text{dans le cuivre.} \end{cases}$ et $\mu = \begin{cases} \mu_0, & \text{dans le cuivre et l'air,} \\ 1000\mu_0, & \text{dans le fer.} \end{cases}$

L'équation précédente est résolue par des éléments finis de haut degré à l'aide de la bibliothèque Mélina (voir [4]).

Résultats et travaux en cours

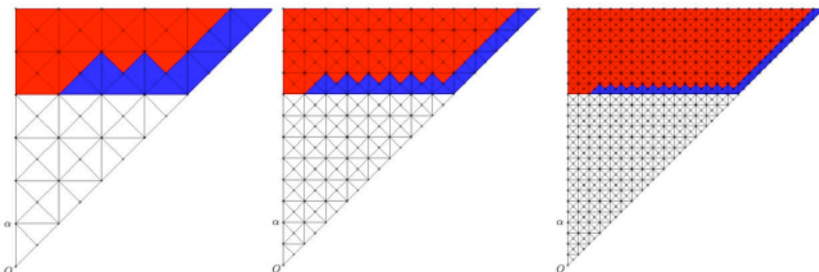


Fig. 3 : Solution optimale avec un maillage de plus en plus raffiné

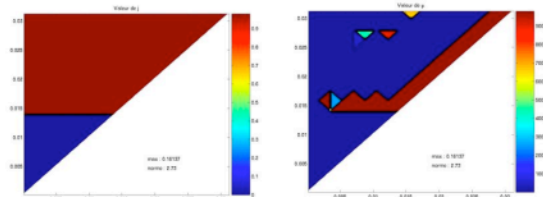


Fig. 4 : Solution optimale dans le cas de l'optimisation par répartition

Références :

- [1] Fauquembergue et al., *Partially Ferromagnetic Electromagnet for Trapping and Cooling Neutral Atoms to Quantum*, ArXiv Condensed Matter e-prints, July 2005
- [2] Deb, Amrit, Sameer, Meyarivan, *A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II*, IEEE Trans. Evol. Computat., Vol. 6, April 2002
- [3] Boissoles, Ben Ahmed, Pierre, Multon, *Optimization Material Distribution in Ferromagnetic Electromagnet*, IEEE Trans. And Monograph., ICEM 2006
- [4] Martin, *Mélina, bibliothèque de calculs éléments finis*, <http://perso.univ-rennes1.fr/daniel.martin>