

# Modélisation et simulation de la structure élastique d'un filet de pêche

R. LEWANDOWSKI<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IRMAR, UMR 6625,  
Campus Beaulieu, Université RENNES 1,  
35042 RENNES cedex,  
FRANCE

Roger.Lewandowski@univ-rennes1.fr  
<http://name.math.univ-rennes1.fr/roger.lewandowski/>

## Participants :

- Prof. F. CHAGNEAU, IUT Rennes, France
- Prof. H. LEDRET, University Pierre et Marie CURIE, France
- Prof R. LEWANDOWSKI, University Rennes 1, France,
- G. PICHOT, PhD Student, University Rennes 1, France
- Dr. D. PRIOUR, IFREMER Brest, France

-  H. Le Dret, R. Lewandowski, D. Priour and F. Chagneau  
Numerical Simulation of a Cod End Net. Part 1 : Equilibrium  
in a Uniform Flow  
*Journal of Elasticity, Vol. 76, pp. 139-162, 2004.*
-  R. Lewandowski and G. Pichot  
Numerical simulation of water flow around a rigid fishing net  
*In preparation, 2006.*

-  H. Le Dret, R. Lewandowski, D. Priour and F. Chagneau  
Numerical Simulation of a Cod End Net. Part 1 : Equilibrium  
in a Uniform Flow  
*Journal of Elasticity, Vol. 76, pp. 139-162, 2004.*
-  R. Lewandowski and G. Pichot  
Numerical simulation of water flow around a rigid fishing net  
*In preparation, 2006.*

# Outline

1 Modèle élastique de filet

2 Tests numériques

# Outline

- 1 Modèle élastique de filet
- 2 Tests numériques

# Options

- **Modèle de membrane**
  - Question de porosité ?
- modèle direct : réseau de fils élastiques
- Homogénéisation :
  - Pour le filet :  $\Gamma$ -convergence
  - Pour le flow : Loi de Brinckman.

On se limite ici à :

- La structure seule dans un flot uniforme

# Options

- Modèle de membrane
  - Question de porosité?
- modèle direct : réseau de fils élastiques
- Homogénéisation :
  - Pour le filet :  $\Gamma$ -convergence
  - Pour le flow : Loi de Brinckman.

On se limite ici à :

- La structure seule dans un flot uniforme

# Options

- Modèle de membrane
  - Question de porosité ?
- modèle direct : réseau de fils élastiques
- Homogénéisation :
  - Pour le filet :  $\Gamma$ -convergence
  - Pour le flow : Loi de Brinckman.

On se limite ici à :

- La structure seule dans un flot uniforme

# Options

- Modèle de membrane
  - Question de porosité ?
- modèle direct : réseau de fils élastiques
- Homogénéisation :
  - Pour le filet :  $\Gamma$ -convergence
  - Pour le flow : Loi de Brinckman.

On se limite ici à :

- La structure seule dans un flot uniforme

# Options

- Modèle de membrane
  - Question de porosité ?
- modèle direct : réseau de fils élastiques
- Homogénéisation :
  - Pour le filet :  $\Gamma$ -convergence
  - Pour le flow : Loi de Brinckman.

On se limite ici à :

- La structure seule dans un flot uniforme

# Options

- Modèle de membrane
  - Question de porosité ?
- modèle direct : réseau de fils élastiques
- Homogénéisation :
  - Pour le filet :  $\Gamma$ -convergence
  - Pour le flow : Loi de Brinckman.

On se limite ici à :

- La structure seule dans un flot uniforme

## Quelques références

Réseaux de cables : Rivlin (1955), Cannarozzi (1985), Green & Shi (1990), Atai & Steigmann (1997),

Sur les filets : O'Neil (1997), Priour (1999)...

# Approche directe

Description Lagrangienne.

Filet = ensemble de noeuds  $\mathcal{N} = \{P_1, \dots, P_N\} \subset (\mathbb{R}^3)^N$ .

Les fils sont représentés par une matrice  $A = (a_{ij}) \in \mathbb{M}_N(\mathbb{R})$  such that  $a_{ij} = 0$  où  $a_{ij} = 1$ , avec  $a_{ii} = 0$ .

Des propriétés supplémentaires peuvent être ajoutées pour décrire la géométrie des mailles : Mailles hexagonales, mailles en losange, ...

Si  $a_{ij} = 1$ , on pose  $\mathbf{u}_{ij} = \overrightarrow{P_i P_j}$  et  $l_{ij}^0 = \|\mathbf{u}_{ij}\|$  qui est la longueur du fil au repos.

les conditions aux limites sont ajoutées en fixant la position de certains noeuds. Soit  $\mathbf{H}(\mathcal{N}) = \{\beta: \mathcal{N} \rightarrow \mathbb{R}^3\} \simeq (\mathbb{R}^3)^N$ .

## Definition

Déformations admissibles

$$\mathbf{V}(\mathcal{N}) = \{\beta \in \mathbf{H}(\mathcal{N}); 1 \leq i \leq q_0, \beta(P_i) = P_i\}.$$

# Approche directe

Description Lagrangienne.

Filet = ensemble de noeuds  $\mathcal{N} = \{P_1, \dots, P_N\} \subset (\mathbb{R}^3)^N$ .

Les fils sont représentés par une matrice  $A = (a_{ij}) \in \mathbb{M}_N(\mathbb{R})$  such that  $a_{ij} = 0$  où  $a_{ij} = 1$ , avec  $a_{ii} = 0$ .

Des propriétés supplémentaires peuvent être ajoutées pour décrire la géométrie des mailles : Mailles hexagonales, mailles en losange, ...

Si  $a_{ij} = 1$ , on pose  $\mathbf{u}_{ij} = \overrightarrow{P_i P_j}$  et  $l_{ij}^0 = \|\mathbf{u}_{ij}\|$  qui est la longueur du fil au repos.

les conditions aux limites sont ajoutées en fixant la position de certains noeuds. Soit  $\mathbf{H}(\mathcal{N}) = \{\beta: \mathcal{N} \rightarrow \mathbb{R}^3\} \simeq (\mathbb{R}^3)^N$ .

## Definition

Déformations admissibles

$$\mathbf{V}(\mathcal{N}) = \{\beta \in \mathbf{H}(\mathcal{N}); 1 \leq i \leq q_0, \beta(P_i) = P_i\}.$$

# Approche directe

Description Lagrangienne.

Filet = ensemble de noeuds  $\mathcal{N} = \{P_1, \dots, P_N\} \subset (\mathbb{R}^3)^N$ .

Les fils sont représentés par une matrice  $A = (a_{ij}) \in \mathbb{M}_N(\mathbb{R})$  such that  $a_{ij} = 0$  où  $a_{ij} = 1$ , avec  $a_{ii} = 0$ .

Des propriétés supplémentaires peuvent être ajoutées pour décrire la géométrie des mailles : Mailles hexagonales, mailles en losange, ...

Si  $a_{ij} = 1$ , on pose  $\mathbf{u}_{ij} = \overrightarrow{P_i P_j}$  et  $l_{ij}^0 = \|\mathbf{u}_{ij}\|$  qui est la longueur du fil au repos.

les conditions aux limites sont ajoutées en fixant la position de certains noeuds. Soit  $\mathbf{H}(\mathcal{N}) = \{\beta: \mathcal{N} \rightarrow \mathbb{R}^3\} \simeq (\mathbb{R}^3)^N$ .

## Definition

Déformations admissibles

$$\mathbf{V}(\mathcal{N}) = \{\beta \in \mathbf{H}(\mathcal{N}); 1 \leq i \leq q_0, \beta(P_i) = P_i\}.$$

# Approche directe

Description Lagrangienne.

Filet = ensemble de noeuds  $\mathcal{N} = \{P_1, \dots, P_N\} \subset (\mathbb{R}^3)^N$ .

Les fils sont représentés par une matrice  $A = (a_{ij}) \in \mathbb{M}_N(\mathbb{R})$  such that  $a_{ij} = 0$  où  $a_{ij} = 1$ , avec  $a_{ii} = 0$ .

Des propriétés supplémentaires peuvent être ajoutées pour décrire la géométrie des mailles : Mailles hexagonales, mailles en losange, ...

Si  $a_{ij} = 1$ , on pose  $\mathbf{u}_{ij} = \overrightarrow{P_i P_j}$  et  $l_{ij}^0 = \|\mathbf{u}_{ij}\|$  qui est la longueur du fil au repos.

les conditions aux limites sont ajoutées en fixant la position de certains noeuds. Soit  $\mathbf{H}(\mathcal{N}) = \{\beta: \mathcal{N} \rightarrow \mathbb{R}^3\} \simeq (\mathbb{R}^3)^N$ .

## Definition

Déformations admissibles

$$\mathbf{V}(\mathcal{N}) = \{\beta \in \mathbf{H}(\mathcal{N}); 1 \leq i \leq q_0, \beta(P_i) = P_i\}.$$

## Approche directe

Description Lagrangienne.

Filet = ensemble de noeuds  $\mathcal{N} = \{P_1, \dots, P_N\} \subset (\mathbb{R}^3)^N$ .

Les fils sont représentés par une matrice  $A = (a_{ij}) \in \mathbb{M}_N(\mathbb{R})$  such that  $a_{ij} = 0$  où  $a_{ij} = 1$ , avec  $a_{ii} = 0$ .

Des propriétés supplémentaires peuvent être ajoutées pour décrire la géométrie des mailles : Mailles hexagonales, mailles en losange, ...

Si  $a_{ij} = 1$ , on pose  $\mathbf{u}_{ij} = \overrightarrow{P_i P_j}$  et  $l_{ij}^0 = \|\mathbf{u}_{ij}\|$  qui est la longueur du fil au repos.

les conditions aux limites sont ajoutées en fixant la position de certains noeuds. Soit  $\mathbf{H}(\mathcal{N}) = \{\beta: \mathcal{N} \rightarrow \mathbb{R}^3\} \simeq (\mathbb{R}^3)^N$ .

### Definition

Déformations admissibles

$$\mathbf{V}(\mathcal{N}) = \{\beta \in \mathbf{H}(\mathcal{N}); 1 \leq i \leq q_0, \beta(P_i) = P_i\}.$$

# Energy élastique

Notation : Pour  $\beta \in \mathbf{H}(\mathcal{N})$ , on pose  $\beta(\mathbf{u}_{ij})$  pour désigner le vecteur  $\overrightarrow{\beta(P_i)\beta(P_j)}$ .

Si  $a_{ij} = 1$ ,  $\|\beta(\mathbf{u}_{ij})\|$  est la longueur du fil en extension.

Les trois hypothèses essentielles.

- ① Chaque fil en extension reste droit et l'extension est uniforme.
- ② Dans la déformation, les fils interagissent que par leur noeud commun.
- ③ Les fils ont une énergie élastique

$$e_{ij} = W_{ij}(\|\beta(\mathbf{u}_{ij})\|/l_{ij}^0)l_{ij}^0,$$

où  $W_{ij}$  est une fonction  $C^1$  de  $\mathbb{R}^+$  dans  $\mathbb{R}$ .

où  $l_{ij}^0$  la longueur au repos. On impose  $W_{ij}(t) = 0$  pour  $0 \leq t \leq 1$ .

# Energy élastique

Notation : Pour  $\beta \in \mathbf{H}(\mathcal{N})$ , on pose  $\beta(\mathbf{u}_{ij})$  pour désigner le vecteur  $\overrightarrow{\beta(P_i)\beta(P_j)}$ .

Si  $a_{ij} = 1$ ,  $\|\beta(\mathbf{u}_{ij})\|$  est la longueur du fil en extension.

Les trois hypothèses essentielles.

- ① Chaque fil en extension reste droit et l'extension est uniforme.
- ② Dans la déformation, les fils interagissent que par leur noeud commun.
- ③ Les fils ont une énergie élastique

$$e_{ij} = W_{ij}(\|\beta(\mathbf{u}_{ij})\|/l_{ij}^0)l_{ij}^0,$$

où  $W_{ij}$  est une fonction  $C^1$  de  $\mathbb{R}^+$  dans  $\mathbb{R}$ .

où  $l_{ij}^0$  la longueur au repos. On impose  $W_{ij}(t) = 0$  pour  $0 \leq t \leq 1$ .

# Energy élastique

Notation : Pour  $\beta \in \mathbf{H}(\mathcal{N})$ , on pose  $\beta(\mathbf{u}_{ij})$  pour désigner le vecteur  $\overrightarrow{\beta(P_i)\beta(P_j)}$ .

Si  $a_{ij} = 1$ ,  $\|\beta(\mathbf{u}_{ij})\|$  est la longueur du fil en extension.

Les trois hypothèses essentielles.

- ① Chaque fil en extension reste droit et l'extension est uniforme.
- ② Dans la déformation, les fils interagissent que par leur noeud commun.
- ③ Les fils ont une énergie élastique

$$e_{ij} = W_{ij}(\|\beta(\mathbf{u}_{ij})\|/l_{ij}^0)l_{ij}^0,$$

où  $W_{ij}$  est une fonction  $C^1$  de  $\mathbb{R}^+$  dans  $\mathbb{R}$ .

où  $l_{ij}^0$  la longueur au repos. On impose  $W_{ij}(t) = 0$  pour  $0 \leq t \leq 1$ .

## Elastic energy 2

On fait la somme de  $W_{ij}$  pour obtenir l'énergie élastique totale :

$$E(\beta) = \sum_{i < j} a_{ij} W_{ij}(\|\beta(\mathbf{u}_{ij})\| / l_{ij}^0) l_{ij}^0,$$

ce qui peut aussi s'écrire

$$E(\beta) = \sum_{(i,j) \in \mathcal{J}} W_{ij}(\|\beta(\mathbf{u}_{ij})\| / l_{ij}^0) l_{ij}^0,$$

où  $\mathcal{J}$  est l'ensemble des  $i < j$  tels que  $a_{ij} = 1$ .

## Forces externes

On a besoin de forces qui dérivent d'un potentiel  $C^1$  noté  $\Phi_i: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ . L'énergie potentielle du filet vaut

$$F(\beta) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(\beta(P_i)).$$

Le cas le plus simple est celui de force dites "mortes" :

$$\Phi_i(P) = f_i \cdot OP,$$

où chaque  $f_i \in \mathbb{R}^3$  s'applique au noeud  $P_i$ .

- Les forces s'appliquent aux noeuds et non au fils.
- les forces hydrodynamiques ne sont pas potentielles.

## Forces externes

On a besoin de forces qui dérivent d'un potentiel  $C^1$  noté  $\Phi_i: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ . L'énergie potentielle du filet vaut

$$F(\beta) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(\beta(P_i)).$$

Le cas le plus simple est celui de force dites "mortes" :

$$\Phi_i(P) = f_i \cdot OP,$$

où chaque  $f_i \in \mathbb{R}^3$  s'applique au noeud  $P_i$ .

- Les forces s'appliquent aux noeuds et non au fils.
- les forces hydrodynamiques ne sont pas potentielles.

## Forces externes

On a besoin de forces qui dérivent d'un potentiel  $C^1$  noté  $\Phi_i: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ . L'énergie potentielle du filet vaut

$$F(\beta) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(\beta(P_i)).$$

Le cas le plus simple est celui de force dites "mortes" :

$$\Phi_i(P) = f_i \cdot OP,$$

où chaque  $f_i \in \mathbb{R}^3$  s'applique au noeud  $P_i$ .

- Les forces s'appliquent aux noeuds et non au fils.
- les forces hydrodynamiques ne sont pas potentielles.

## Forces externes

On a besoin de forces qui dérivent d'un potentiel  $C^1$  noté  $\Phi_i: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ . L'énergie potentielle du filet vaut

$$F(\beta) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(\beta(P_i)).$$

Le cas le plus simple est celui de force dites "mortes" :

$$\Phi_i(P) = f_i \cdot OP,$$

où chaque  $f_i \in \mathbb{R}^3$  s'applique au noeud  $P_i$ .

- Les forces s'appliquent aux noeuds et non au fils.
- les forces hydrodynamiques ne sont pas potentielles.

# Principe de Minimisation

L'énergie totale de la déformation  $\beta$  vaut

$$\begin{aligned} I(\beta) &= E(\beta) - F(\beta) \\ &= \sum_{i < j} a_{ij} W_{ij}(\|\beta(\mathbf{u}_{ij})\| / l_{ij}^0) l_{ij}^0 - \sum_{i=1}^N \Phi_i(\beta(P_i)), \end{aligned}$$

État d'équilibre : trouver  $\beta_* \in \mathbf{V}(\mathcal{N})$  tel que

$$I(\beta_*) = \inf_{\beta \in \mathbf{V}(\mathcal{N})} I(\beta).$$

Existence, OK.

Unicité : n'a pas lieu en général.

# Principe de Minimisation

L'énergie totale de la déformation  $\beta$  vaut

$$\begin{aligned} I(\beta) &= E(\beta) - F(\beta) \\ &= \sum_{i < j} a_{ij} W_{ij}(\|\beta(\mathbf{u}_{ij})\| / l_{ij}^0) l_{ij}^0 - \sum_{i=1}^N \Phi_i(\beta(P_i)), \end{aligned}$$

État d'équilibre : trouver  $\beta_* \in \mathbf{V}(\mathcal{N})$  tel que

$$I(\beta_*) = \inf_{\beta \in \mathbf{V}(\mathcal{N})} I(\beta).$$

Existence, OK.

Unicité : n'a pas lieu en général.

# Principe de Minimisation

L'énergie totale de la déformation  $\beta$  vaut

$$\begin{aligned} I(\beta) &= E(\beta) - F(\beta) \\ &= \sum_{i < j} a_{ij} W_{ij}(\|\beta(\mathbf{u}_{ij})\| / l_{ij}^0) l_{ij}^0 - \sum_{i=1}^N \Phi_i(\beta(P_i)), \end{aligned}$$

État d'équilibre : trouver  $\beta_* \in \mathbf{V}(\mathcal{N})$  tel que

$$I(\beta_*) = \inf_{\beta \in \mathbf{V}(\mathcal{N})} I(\beta).$$

Existence, OK.

Unicité : n'a pas lieu en général.

# Loi de comportement

On prends des lois de la forme :

$$W(t) = \sum_{p=1}^n \frac{k_p}{p+1} ((t-1)^+)^{p+1},$$

c'est-à-dire :

$$E(\beta) = \sum_{(i,j) \in \mathcal{J}} \sum_{p=1}^n \frac{k_p}{p+1} \frac{((\|\beta(\mathbf{u}_{ij})\| - l_{ij}^0)^+)^{p+1}}{(l_{ij}^0)^p}.$$

# Loi de comportement, étude expérimentale

Tests faits sur un échantillon de fil en polyamide tressé de diamètre 4mm, avec une machine Lloyd EZ 20. La loi de comportement est déterminée en traction.



## Loi de comportement, interpolation polynomiale

on fait une interpolation polynomiale de la loi expérimentale :

$$T = 2777 \frac{\Delta l}{l_0} - 7884 \left( \frac{\Delta l}{l_0} \right)^2 + 86618 \left( \frac{\Delta l}{l_0} \right)^3$$

qui conduit à une énergie élastique interne de la forme

$$W(t) = \frac{2777}{2} ((t-1)^+)^2 - \frac{7884}{3} ((t-1)^+)^3 + \frac{86618}{4} ((t-1)^+)^4.$$

(unités S.I.)

## Efforts Hydrodynamiques

Flot horizontal et uniforme de 1m/s (pas d'interaction fluide-structure). La gravité compense la flottabilité. IL reste la portance et la trainée.

Pour la trainée on utilise les hypothèses de Landweber et Plotter : la trainée est indépendante de l'angle entre les fils :

$$\mathbf{F}_{ij} = \frac{1}{2} f \rho C_d d l_{ij}^0 \mathbf{U} \|\mathbf{U}\|,$$

où  $\mathbf{U}$  est la vitesse de l'eau,  $f$  le coefficient de friction,  $f = 0.08$ ,  $\rho$  la densité de l'eau ( $10^3 \text{ kg/m}^3$ ),  $d$  le diamètre du fil, et  $C_d$  le coefficient de friction, 1.2 ou 1.8.

On utilise des hypothèses analogues pour la portance (qui devrait prendre en compte les angles.....). Nous avons choisit une force simplifiée qui agit radialement vers l'extérieur de norme constante.

## Efforts Hydrodynamiques

Flot horizontal et uniforme de 1m/s (pas d'interaction fluide-structure). La gravité compense la flottabilité. IL reste la portance et la trainée.

Pour la trainée on utilise les hypothèses de Landweber et Plotter : la trainée est indépendante de l'angle entre les fils :

$$\mathbf{F}_{ij} = \frac{1}{2} f \rho C_d d l_{ij}^0 \mathbf{U} \|\mathbf{U}\|,$$

où  $\mathbf{U}$  est la vitesse de l'eau,  $f$  le coefficient de friction,  $f = 0.08$ ,  $\rho$  la densité de l'eau ( $10^3 \text{ kg/m}^3$ ),  $d$  le diamètre du fil, et  $C_d$  le coefficient de friction, 1.2 ou 1.8.

On utilise des hypothèses analogues pour la portance (qui devrait prendre en compte les angles.....). Nous avons choisit une force simplifiée qui agit radialement vers l'extérieur de norme constante.

## Efforts Hydrodynamiques

Flot horizontal et uniforme de 1m/s (pas d'interaction fluide-structure). La gravité compense la flottabilité. IL reste la portance et la trainée.

Pour la trainée on utilise les hypothèses de Landweber et Plotter : la trainée est indépendante de l'angle entre les fils :

$$\mathbf{F}_{ij} = \frac{1}{2} f \rho C_d d l_{ij}^0 \mathbf{U} \|\mathbf{U}\|,$$

où  $\mathbf{U}$  est la vitesse de l'eau,  $f$  le coefficient de friction,  $f = 0.08$ ,  $\rho$  la densité de l'eau ( $10^3 \text{ kg/m}^3$ ),  $d$  le diamètre du fil, et  $C_d$  le coefficient de friction, 1.2 ou 1.8.

On utilise des hypothèses analogues pour la portance (qui devrait prendre en compte les angles.....). Nous avons choisit une force simplifiée qui agit radialement vers l'extérieur de norme constante.

## Schéma numérique

On utilise l'algorithme de Polak-Ribière : On part de  $\beta_0$  puis on calcule  $g_0 = \nabla I(\beta_0)$  et  $d_0 = -g_0$ . Ensuite pour  $k \geq 1$ , on fait

$$I(\beta_{k-1} + \lambda_k d_{k-1}) = \min_{\lambda \in \mathbb{R}_+} I(\beta_{k-1} + \lambda d_{k-1}),$$

$$\beta_k = \beta_{k-1} + \lambda_k d_{k-1},$$

$$g_k = \nabla I(\beta_k), \quad d_k = -g_k + B_k d_{k-1},$$

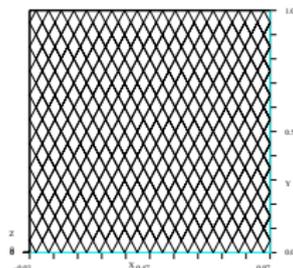
avec

$$B_k^{PR} = \frac{g_k^T (g_k - g_{k-1})}{g_{k-1}^T g_{k-1}},$$

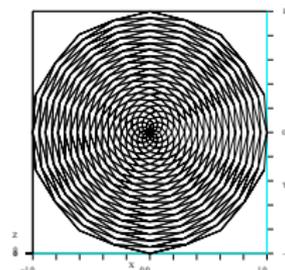
$$B_k = \max(B_k^{PR}, 0).$$

# Description of a net

On part de



et on utilise la transformation ( $x = \rho$ ,  $2\pi y = \theta$ )



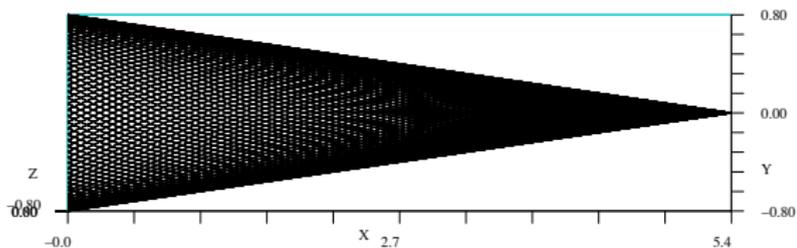
## Simulations réalistes

Filet de la mer du nord : 100 mailles de contour, 52 mailles en longueur, des fils de 4mm de diamètre, de longueur 0.05m. Un trainée de 0.03N par noeud, une portance de 0.016N par noeuds.

PowerBook G4 1.25GHz and Xserve G5 2GHz.

10 000 noeuds, on minimise en dimension 30 000.

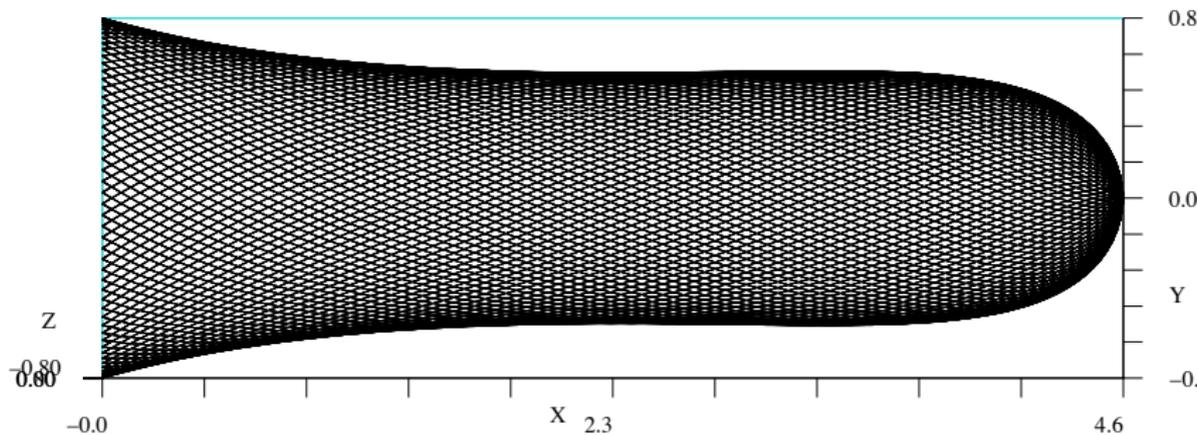
Première simulation : rayon d'ouverture 0.8m.



Configuration de départ :

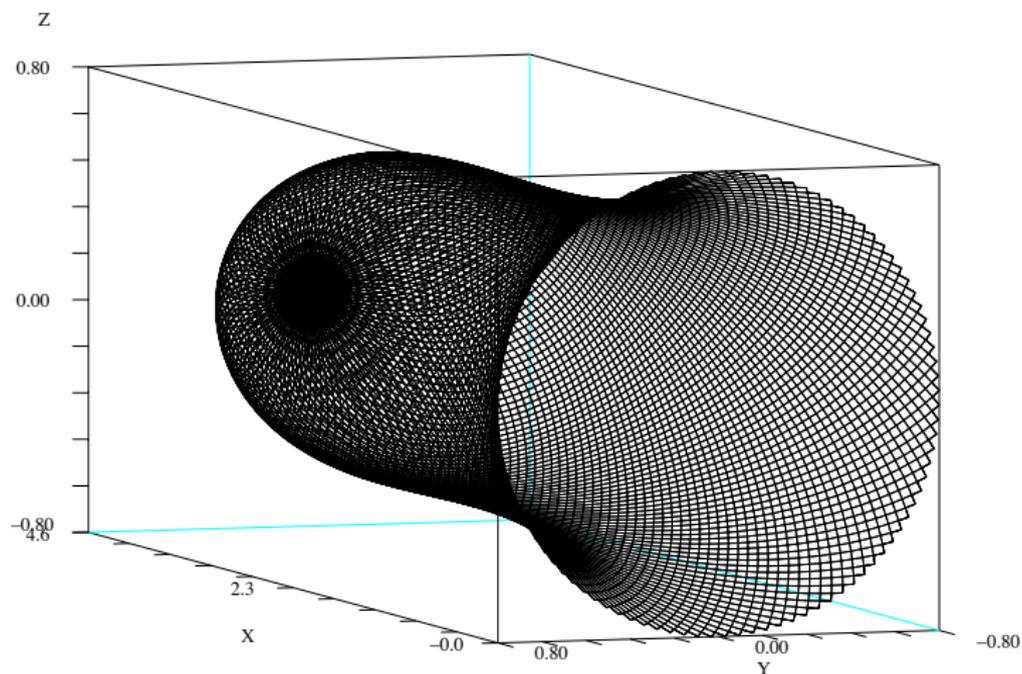
## Simulations réalistes - 2

Equilibre obtenu après 10 667 itérations



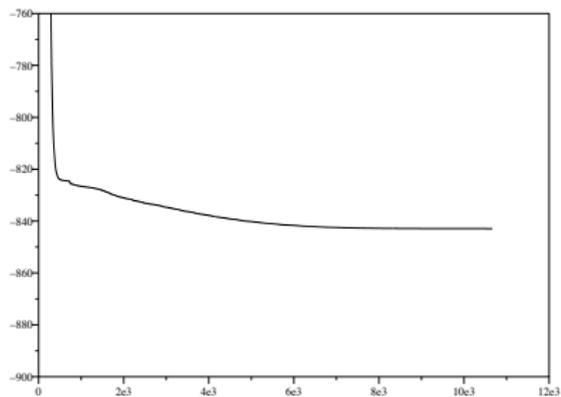
## Simulations réalistes - 3

Vue en perspective



# Realistic simulations - 4

Energie :



# Conclusion

La Thèse de Géraldine PICHOT :

- 1 L'écoulement turbulent dans un filet rigide : cas axisymétrique OK, 3D en cours de finalisation,
- 2 Le couplage d'un code fluide avec un code pour la déformation du filet : par Géraldine et pour le prochain CANUM.