# Modélisation et simulation numérique de matériaux ferromagnétiques

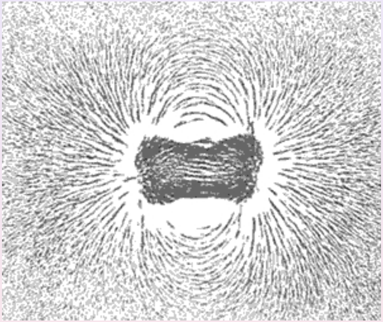
François Alouges, Stéphane Labbé,
Jean-Christophe Toussaint et Nicolas Vukadinovic

Mini Symposium 4, CANUM 2006

# Enjeux des matériaux ferromagnétiques

- Optimiser la forme et la composition des particules magnétiques pour des applications technologiques :
  - circulateurs d'ondes (portables, accélérateurs de particules ...),
  - Stockage magnétique : bandes, disques durs, MRAM ...
  - micro particules magnétiques pour les peintures “anti-radars”.
  - comportement des composants magnétiques pour la nano électronique.
- Expliquer les phénomènes d'hystérésis,

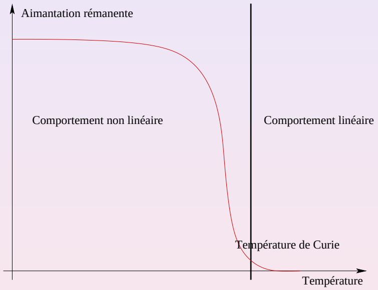
# Matériaux ferromagnétiques



## Caractéristiques

- Aimantation rémanente sous champ extérieur.
- Température critique séparant les comportements linéaires et non linéaires.
- Formation de microstructures : parois et domaines.

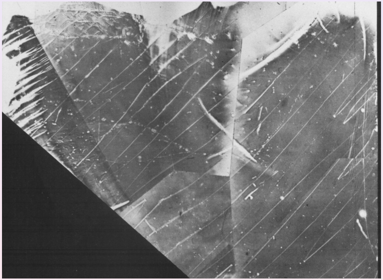
# Matériaux ferromagnétiques




## Caractéristiques

- Aimantation rémanente sous champ extérieur.
- Température critique séparant les comportements linéaires et non linéaires.
- Formation de microstructures : parois et domaines.

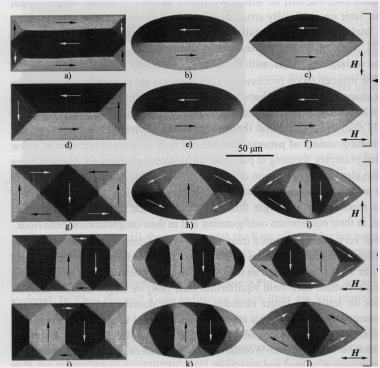
# Matériaux ferromagnétiques



## Caractéristiques

- Aimantation rémanente sous champ extérieur.
- Température critique séparant les comportements linéaires et non linéaires.
- Formation de microstructures : parois et domaines.

# Matériaux ferromagnétiques




## Caractéristiques

- Aimantation rémanente sous champ extérieur.
- Température critique séparant les comportements linéaires et non linéaires.
- Formation de microstructures : parois et domaines.

# Bases du micromagnétisme

Description thermodynamique des matériaux ferromagnétiques : micromagnétisme, W.F. Brown, année 60.

## Quelques notations

- *Domaine magnétique :* $\Omega$, ouvert de $\mathbb{R}^3$.
- *Sphère unité :* $S^2$.
- *Aimantation :* en général $m$, champ de vecteurs de $\Omega$ à valeurs sur $S^2$.
- *Fonctionnelle d'énergie :* fonctionnelle $E$ définie sur $H^1(\Omega, \mathbb{R}^3)$ à valeurs dans $\mathbb{R}$.
- *Etat d'équilibre :* minimiseur de la fonctionnelle d'énergie sur les éléments de $H^1(\Omega, S^2)$.

# Bases du micromagnétisme

## Fonctionnelle d'énergie

$$E(m) = \frac{A}{2} \int_\Omega |\nabla m|^2 \, dx + \dots$$

Energie d'échange : due aux interactions courtes distances entre spins des atomes du réseau cristallin.
Seule : les états d'équilibre sont constants sur le domaine.

# Bases du micromagnétisme

## Fonctionnelle d'énergie

$$E(m) = \frac{A}{2}\int_\Omega |\nabla m|^2\, dx + \frac{1}{2}\int_{\mathbb{R}^3} |H_d(m)|^2\, dx + \ldots$$

Champ démagnétisant : asymptotique de Maxwell quand le domaine est petit devant la longueur d'onde.

Seule : crée des micro-structures qui tendent à annuler la divergence de l'aimantation sur tout le domaine (équation eïkonale : $|\nabla^\perp \psi| = 1$ p.p. dans $\Omega$).

## Magnétostatique

au sens de $\mathcal{D}'(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ :

$$\begin{cases} \mathrm{rot}(H_d) = 0, \\ \mathrm{div}(H_d) = -\mathrm{div}(\tilde{m}). \end{cases}$$

$\tilde{m}$ prolonge $m$ par 0 dans $\mathbb{R}^3$.

# Bases du micromagnétisme

## Fonctionnelle d'énergie

$$E(m) = \frac{A}{2} \int_{\Omega} |\nabla m|^2 \, dx + \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} |H_d(m)|^2 \, dx + \int_{\Omega} \phi(m) \, dx + \ldots$$

Anisotropie : Rend compte de la forme du réseau cristallin. $\Phi$ est convexe à valeurs dans $\mathbb{R}^+$. Agit localement (non différentielle).

Seule : aligne l'aimantation sur les directions privilégiées de la fonction $\phi$.

# Bases du micromagnétisme

## Fonctionnelle d'énergie

$$E(m) = \frac{A}{2} \int_\Omega |\nabla m|^2 + \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} |H_d(m)|^2 + \int_\Omega \phi(m) - \int_\Omega m \cdot H_{ext}$$

Zeeman : modélise l'action d'un champ extérieur (ne dépendant pas de $m$).
Seule : aligne l'aimantation dans la direction de $H_{ext}$ en chaque point de $\Omega$.
Il serait bien entendu possible d'ajouter d'autres termes : magnétostriction, échange anisotrope, effets de bords etc.

# Bases du micromagnétisme

Il est également possible de construire une équation d'évolution : le système de Landau et Lifchitz.
Cette équation dérive de l'équation microscopique de la précession de Larmor des moments magnétiques.

## Landau et Lifchitz

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -m \wedge H(m) - \alpha m \wedge (m \wedge H(m)),$$

où $H(m)$ est le champ effectif.

# Bases du micromagnétisme

$$H(m) = -\frac{dE}{dm}.$$

On se place ici dans le cas où : $\phi(m) = \frac{K}{2}(|m|^2 - (m \cdot u)^2)$ où $u$ est un élément de $L^\infty(\mathbb{R}^3, S^2)$.

## Champ effectif

$$H(m) = A\triangle m + H_d(m) + K(m.u)u + H_{ext},$$

# Bases du micromagnétisme

Quelques remarques :

- Les solutions d'équilibre vérifient : $\|H(m) \wedge m\|_{0,\Omega} = 0$.
- Si le champ extérieur est indépendant du temps, l'énergie des solutions du système de Landau et Lifchitz décroit.
- La norme locale des solutions du système de Landau et Lifchitz est conservée.