

Un résultat de Gamma convergence pour un film mince courbé collé à un substrat avec une condition de non-interpénétration

Hamdi ZORGATI, CEREMADE

On considère un film courbé mince d'épaisseur h hyperélastique occupant un domaine de la forme

$$\tilde{\Omega}_h = \{x \in \mathbb{R}^3, \exists \tilde{x} \in \tilde{S}, x = \tilde{x} + \eta a_3(\psi^{-1}(\tilde{x})) \text{ avec } 0 < \eta < h\}$$

où \tilde{S} représente la surface inférieure du film qui est une surface bidimensionnelle image à travers un difféomorphisme ψ d'une surface de \mathbb{R}^2 et $a_3(\psi^{-1}(\tilde{x}))$ la normale à \tilde{S} .

Ce film courbé est collé à un substrat rigide et fixe qu'on suppose de surface supérieure infinie. Le comportement du film courbé est décrit par une énergie composée d'une partie d'énergie interne dépendant du gradient de la déformation et d'une partie d'énergie d'interface dépendant du saut de la déformation à travers l'interface film-substrat (voir [2] et [1])

$$\tilde{e}^h = \tilde{E}^h + \tilde{I}^h,$$

avec

$$\tilde{E}^h(\tilde{\phi}) = \int_{\tilde{\Omega}^h} W(\nabla \tilde{\phi}) dx$$

et

$$\tilde{I}^h(\tilde{\phi}) = h^\alpha \int_{\tilde{\omega}} \Phi(|[\tilde{\phi}]|) d\sigma.$$

On calcule la Gamma limite de cette énergie en imposant aux déformations une condition de non interpénétration (voir [3] [4]) qui empêche le film de pénétrer à l'intérieur du substrat sans pour autant interdire le contact entre les deux.

Le modèle bidimensionnel limite obtenu grâce à un double changement de variable utilisant les opérateurs de Nemytsky et les arguments de Γ -convergence, comprend une densité d'énergie interne quasiconvexifié suivant le modèle de Le Dret et Raoult [6].

Références

- [1] K. BHATTACHARYA, I. FONSECA and G. FRANCFORT, *An asymptotic study of the debonding of thin films*. Arch. Rational Mech. Anal. 161, (2002), 205-229.
- [2] A. BRAIDES, I. FONSECA and G. FRANCFORT, *3D-2D asymptotic analysis for inhomogeneous thin films*. Ind. U. Math. J. 49, (2001), 1367-1404.
- [3] P.G. CIARLET and J. NEČAS, *Injectivité presque partout, auto-contact, et non interpénétrabilité en élasticité non linéaire tridimensionnelle*. C. R. Acad. Sc. Paris, t. 301, Série I, n 11, (1985), 621-624.
- [4] P.G. CIARLET and J. NEČAS, *Injectivity and self contact in nonlinear elasticity*. Arch. Rational Mech. Anal. 97, (1987), 171-188.
- [5] H. LE DRET and A. RAOULT, *The nonlinear membrane model as variational limit of nonlinear three-dimensional elasticity*. J. Math. Pures Appl. (9), 74(6): 549-578, 1995.
- [6] H. LE DRET and A. RAOULT, *The membrane shell model in nonlinear elasticity: A variational asymptotic derivation*. J. Nonlinear Sci: 59-84, 1996.