

Modèle de deux fluides turbulents : convergence du schéma numérique et unicité de la solution.

Driss YAKOUBI, LJLL - Université Pierre et Marie Curie.

Tomas CHACON REBOLLO, LJLL et Université de Séville.

Nous considérons un système d'équations modélisant l'écoulement stationnaire de deux fluides turbulents sur deux domaines disjoints, bornés de \mathbb{R}^d , où $d = 2, 3$. Les équations sont couplées par des termes non linéaires qui sont soit le coefficient de diffusion soit le second membre. Le modèle est décrit par le système d'équations suivant, voir [1]-[2]:

$$\begin{aligned}
 -(\alpha_i(k_i)\nabla\mathbf{u}_i) + \text{grad } p_i &= \mathbf{f}_i && \text{dans } \Omega_i, \\
 \mathbf{u}_i &= \mathbf{0} && \text{dans } \Omega_i, \\
 -(\gamma_i(k_i)\nabla k_i) &= \alpha_i(k_i)|\nabla\mathbf{u}_i|^2 && \text{dans } \Omega_i, \\
 \mathbf{u}_i &= \mathbf{0} && \text{sur } \Gamma_i, \\
 k_i &= 0 && \text{sur } \Gamma_i, \\
 \alpha_i(k_i)\partial\mathbf{n}_i\mathbf{u}_i - p_i\mathbf{n}_i + c_i(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j)|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j| &= \mathbf{0} && \text{sur } \Gamma, \quad 1 \leq i \neq j \leq 2, \\
 k_i &= \lambda|\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2|^2 && \text{sur } \Gamma.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Le champ de vecteur \mathbf{u}_i désigne la vitesse du fluide turbulent dans Ω_i , p_i est sa pression et k_i est l'énergie cinétique turbulente (ECT). On associe à ce modèle, un schéma itératif qui converge quand le quotient force/viscosité est assez petit et quand la solution est assez régulière.

Enfin les résultats numériques sont obtenus avec le logiciel FreeFEM3D [3], on utilise une discrétisation $Q_1 - Q_1$ stabilisée par pénalisation sur la pression.

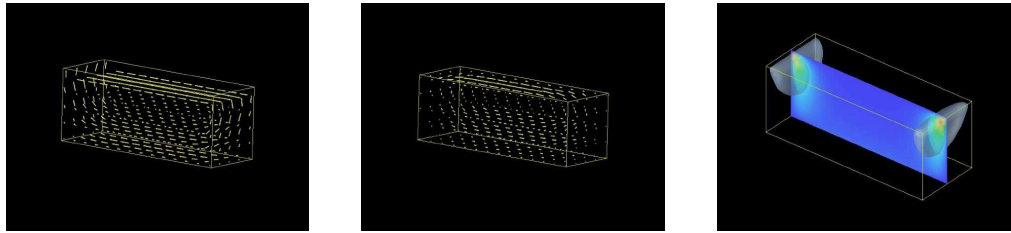


Figure 1: De gauche à droite : Vitesse atmosphérique, Vitesse océanique, ECT atmosphérique.

Références

- [1] C.BERNARDI, T.CHACON REBOLLO, R.LEWANDOWSKI AND F.MURAT, *A model for two coupled turbulent fluids .Part I: Analysis of the system. Nonlinear partial differential equations and their applications. Collège de France Seminar, Vol. XIV (Paris, 1997/1998), 69–102, Stud. Math. Appl., 31, North-Holland, Amsterdam, 2002.*
- [2] C.BERNARDI, T.CHACON REBOLLO, M.GOMEZ MARMOL, R.LEWANDOWSKI AND F.MURAT, *A model for two coupled turbulent fluids. Part III: Numerical approximation by finite element, Numer.Math.98(2004);no1.33-66.*
- [3] S. DEL PINO AND O. PIRONNEAU, <http://www.freefem.org/ff3d>.

Driss YAKOUBI – yakoubi@ann.jussieu.fr

Laboratoire Jacques Louis Lions , Université Pierre et Marie Curie, 175 rue Chevaleret, 75013-Paris.

Tomas CHACON REBOLLO – chacon@us.es

Departamento de Ecuaciones Diferenciales y Analisis Numerico, Universidad de Sevilla.

Partiellement financé par Secretaria de Estado de Universidades e Investigacion du Ministerio du Educacion y Ciencia Espagnol.