

Méthode particulière pour les écoulements de fluides compressibles

Lisl WEYNANS, CEA DAM, Université Joseph Fourier

Georges-Henri COTTET, Université Joseph Fourier

Bernard REBOURCET, CEA DAM

Mots-clés : Particules, transport, interpolation, équations d'Euler, multigrilles

Nous présentons une méthode particulière avec remaillage. Parce qu'elles se déplacent de manière lagrangienne, les particules offrent une bonne prise en compte des termes de transport, alors que le remaillage permet de calculer les solutions des équations avec précision. Une fois décrite en 1D, il est très facile d'étendre la méthode aux autres dimensions, car le remaillage s'y effectue par produit tensoriel de formules monodimensionnelles.

On se concentre donc en premier lieu sur l'équation de transport scalaire non-linéaire $u_t + (g(u)u)_x = 0$, qui décrit l'évolution de la quantité u transportée par le flot à la vitesse $g(u)$. En utilisant la dérivée lagrangienne $\frac{du}{dt} = u_t + g(u)u_x$ et J le Jacobien du passage des coordonnées eulériennes aux coordonnées lagrangiennes on obtient:

$$\frac{d(Ju)}{dt} = 0, \text{ avec } \frac{dx}{dt} = g(u) \text{ et } \frac{dJ}{dt} = g(u)_x J$$

La méthode particulière consiste à discrétiser u sur des particules advectées à la vitesse $g(u)$, et qui portent la quantité constante $\alpha_p = v_p u_p$, où v_p représente le volume d'une particule:

$$u(x) \simeq \sum_p \alpha_p \delta(x - x_p), \quad \frac{dx_p}{dt} = g(u_p)$$

A chaque pas de temps les particules sont advectées puis remaillées sur une grille uniforme au moyen d'un noyau d'interpolation. On présente des résultats théoriques et numériques sur la méthode particulière pour cette équation modèle, ainsi que plus particulièrement pour l'équation de Burgers.

Dans un deuxième temps on étend la méthode aux équations d'Euler compressibles. Une technique de raffinement de grilles, d'inspiration AMR et adaptée à la problématique des particules [1] a été implémentée. On présente des résultats numériques 1D et 2D pour des géométries cartésienne et cylindrique.

Enfin, dans le cadre de la simulation d'écoulements bifluïdes, on utilise une méthode de type level set discrétisée sur les particules. Deux approches sont explorées: transport de la fonction distance signée ϕ elle-même, ou transport de $\vec{\nabla}\phi$.

Références

- [1] M. BERGDORF, G.-H. COTTET & P. KOUMOUTSAKOS, *Multilevel Adaptive Particle Methods for Convection-Diffusion Equations*, SIAM Multiscale Modeling and Simulation, 4, 328-357, 2005.
- [2] G.-H. COTTET, B. REBOURCET & L. WEYNANS, *A multilevel adaptive particle-grid method for gas dynamics*, ECCOMAS Thematic Conference on Meshless Methods, 2005.
- [3] G.-H. COTTET & P. KOUMOUTSAKOS, *Vortex methods*, Cambridge University Press, 2000.
- [4] R.A. GINGOLD & J.J. MONAGHAN, *Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non spherical stars*, Mon. Not. R. astr. Soc., 181, 375-389, 1977

Lisl WEYNANS – Lisl.Weynans@cea.fr

CEA/DIF, BP 12, 91680 Bruyères-le-Châtel/ LMC-IMAG, BP 53, Grenoble Cédex 9

Georges-Henri COTTET – Georges-Henri.Cottet@imag.fr

LMC-IMAG, Université Joseph Fourier, BP 53, Grenoble Cédex 9

Bernard REBOURCET – Bernard.Rebourcet@cea.fr

CEA/DIF, BP 12, 91680 Bruyères-le-Châtel