

# Instabilité nonlinéaire du modèle MHD sans masse

Raphaël PONCET, MIP - Université Paul Sabatier & CEA-CESTA

Dans cette étude, nous nous intéressons à l'étude théorique de l'instabilité nonlinéaire du modèle MHD sans masse, autour d'une classe d'états d'équilibre inhomogènes.

Le modèle MHD sans masse est un système hyperbolique-parabolique dégénéré de lois de conservation, qui intervient en physique des plasmas atmosphériques. Il modélise le développement des striations, des instabilités du plasma pouvant perturber les communications entre Terre et satellites. Les striations se développent dans une région de la haute atmosphère où les particules neutres constituent l'espèce dominante. Ainsi, on considère que le plasma est soumis à une force extérieure non-conservative, décrivant l'interaction entre particules chargées et particules neutres. La dérivation de ce modèle à partir du système d'Euler-Maxwell bifluide a été effectuée dans [1] ; il peut être considéré comme une limite de relaxation des équations de la magnétohydrodynamique.

Nous considérons une classe générique d'états d'équilibre inhomogènes de ce système. Nous nous intéressons tout d'abord à l'analyse spectrale du système linéarisé. Une relation de dispersion généralisée est obtenue, par l'utilisation de techniques variationnelles. Cette relation permet de déduire des critères d'instabilité en accord avec l'expérience et les simulations numériques. Dans un second temps, nous justifions que l'instabilité linéaire du modèle implique l'instabilité nonlinéaire de celui-ci, pour les normes  $L^2$  et  $L^\infty$ . Ce résultat repose sur une estimation fine du taux de croissance du système linéarisé, et sur un développement asymptotique de la solution au delà de sa partie linéaire. Les techniques utilisées sont partiellement inspirées d'un travail antérieur sur l'instabilité de Rayleigh-Taylor [3], et sont également mises en oeuvre dans une étude parallèle [4]. Les résultats présentés généralisent ceux obtenus pour le modèle striation bidimensionnel [2], qui est une limite asymptotique simple du modèle MHD sans masse.

## Références

- [1] C. BESSE, J. CLAUDEL, P. DEGOND, F. DELUZET, G. GALLICE, C. TESSIERAS, *A model hierachy for ionospheric plasma modeling*, Math. Models Methods Appl. Sci. **14** (2004), no. 3, 393–415
- [2] C. BESSE, P. DEGOND, HJ HWANG, R. PONCET, *Nonlinear instability of the two-dimenisonal striation model about smooth steady states*, to appear in Comm. Partial Differential Equations.
- [3] HJ. HWANG, Y. GUO, *On the dynamical Rayleigh-Taylor instability*, Arch. Ration. Mech. Anal. **167** (2003), no. 3, 235–253.
- [4] R. PONCET, *An abstract framework for the study of unstable equilibria in symmetrizable systems of conservation laws*, submitted.

Raphaël PONCET – rponcet@mip.ups-tlse.fr

Université Paul Sabatier - UFR MIG - Laboratoire MIP - 118, route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex