

Réduction variationnelle d'un problème fluide-structure

Nicole POUSSINEAU, Université Pierre et Marie Curie

Mots-clés : interaction fluide-structure, modèle multi-échelle, formulation variationnelle, écoulements sanguins

La circulation sanguine est difficile à simuler car il existe de nombreuses interactions entre toutes les parties du corps. Comme il est évidemment impossible de faire une simulation complètement en 3 dimensions avec une interaction fluide-structure (les vaisseaux ne sont pas rigides), on utilise des modèles réduits en dehors de la région d'intérêt.

Une méthode classique est d'utiliser un modèle 0d comme modèle réduit. Cependant, il n'est pas possible de coupler de manière satisfaisante un modèle 0d et un modèle 3d en fluide-structure. C'est pourquoi il a été proposé d'utiliser comme intermédiaire un modèle 1d (cf [2]). Ce couplage 3d-1d a été étudié dans [1]. Les conditions de couplage sont alors imposées fortement entre le domaine traité en 3d et celui traité en 1d. De plus, deux modélisations différentes sont utilisées pour la partie 3d et pour la dérivation du modèle 1d.

Nous proposons d'obtenir un nouveau modèle 1d à partir de la formulation variationnelle du problème 3d. La réduction est obtenue en restreignant l'espace variationnel des fonctions test à des fonctions respectant un profil donné (typiquement un écoulement de Poiseuille). Cette réduction variationnelle est utilisable sur un domaine $\Omega = \Omega_{3d} \cup \Omega_{1d}$ avec des fonctions test dans $H^1 \times L^2$ sur la partie Ω_{3d} et dans des espaces restreints sur la partie Ω_{1d} .

L'approche décrite peut être interprétée comme un couplage entre un modèle 1d et un modèle 3d. La différence par rapport à la méthode de couplage classique est que le couplage est faible. De plus, l'écriture variationnelle de l'ensemble du problème permet d'obtenir des informations de convergence. Enfin, cette méthode nous permet d'obtenir une hiérarchie de modèles avec la richesse souhaitée, simplement en modifiant l'espace variationnel réduit (plus complet que pour un écoulement de Poiseuille).

Références

- [1] L. FORMAGGIA, J.F. GERBEAU, F. NOBILE, A. QUARTERONI, *On the coupling of 3D and 1D Navier-Stokes equations for flow problems in compliant vessels*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 2001.
- [2] L. FORMAGGIA, F. NOBILE, A. QUARTERONI, A. VENEZIANI, *Multiscale modelling of the circulatory system: a preliminary analysis*, Comp. Vis. Science, 1999.