

Application des méthodes multipôles à la résolution de problèmes de diffraction à haute fréquence

Katherine MER-NKONGA, CEA/CESTA

Nous présentons ici deux applications de la méthode multipôle dans le contexte de la diffraction d'onde radar. Historiquement, les problèmes de SER au CEA étaient abordés par une formulation intégrale classique et résolus par une méthode directe. Ce choix était motivé par la précision de résolution demandée dans nos applications. Pour répondre aux besoins de calcul de SER pour des ondes à haute fréquence, les méthodes directes ont des restrictions sur la taille des problèmes pouvant être traités, à cause de la complexité algorithmique en $O(N^3)$ et de l'encombrement mémoire. Ce sont les raisons qui nous ont poussé à développer une stratégie numérique s'appuyant sur une méthode itérative performante, robuste et précise, puis d'accélérer la résolution tout en préservant la qualité de la solution numérique à l'aide d'une méthode multipôle. La formulation du problème de SER par les équations intégrales de Després (EID) répond aux propriétés souhaitées et se ramène à la résolution d'un système linéaire plein par un double gradient conjugué ou par une méthode GMRES préconditionnée. Cette approche assure une convergence rapide de la résolution itérative, mais avec un coût prohibitif des produits matrice-vecteur. La méthode multipôle rapide multiniveaux (MLFMA) parallèle est utilisée ici pour accélérer le calcul de ces produits tout en préservant une très bonne précision de la solution. Dans le contexte d'obstacles hétérogènes, cette approche est couplée, par décomposition de domaine, à une résolution intérieure issue d'une discrétisation par éléments finis des équations de Maxwell. L'ensemble est développé dans un cadre massivement parallèle (code Odyssée) pour des problèmes de plusieurs millions d'inconnues [1]. Une autre manière d'aborder les problèmes haute fréquence est d'utiliser des modèles numériques où l'inconnue du problème est exprimée sous la forme d'une amplitude et d'une phase (supposée connue) : c'est la discrétisation microlocale. La méthode multipôle est utilisée ici pour accélérer le calcul des coefficients matriciels du système discret [2, 3]. Elle permet de réduire le coût algorithmique en préservant une fois de plus la précision de la solution.

Références

- [1] K. MER-NKONGA, M. MANDALLENA, D. GOUDIN, B. STUPFEL, F. COLLINO, *A numerical strategy for a high frequency electromagnetic scattering problem in a mixed formulation*, C. R. Physique, à paraître.
- [2] A. BACHELOT, E. DARRIGRAND, K. MER-NKONGA, *Coupling of a multilevel fast multipole method and a microlocal discretization for the 3-D integral equations of electromagnetism*, C. R. Acad. Sci. Paris 336, Série I, pp. 505-510, 2003.
- [3] L. GATARD, A. BACHELOT, K. MER-NKONGA, *High order boundary integral methods for Maxwell's equations: coupling of microlocal discretization and fast multipole methods*, 6th European Conference on Numerical Mathematics and Advanced Applications, juillet 2005.