

Modélisation du changement de phase pour des écoulements compressibles

Gloria FACCANONI, CEA - Saclay

Mots-clés : Transition de phase, relaxation, hyperbolicité, simulation numérique directe

Ce travail porte sur la modélisation mathématique et numérique de la simulation du *changement de phase liquide-vapeur* pour des écoulements compressibles. Nous utilisons un modèle diphasique et nous montrons que par un processus de relaxation on peut obtenir une loi d'état complète pour le mélange liquide-vapeur à saturation. Cette étape de relaxation est consistante avec d'une part la description thermodynamique classique des équilibres liquide-vapeur (voir [3]) et d'autre part l'optimisation d'une fonctionnelle convexe des espaces des états (voir [7]). En effet, soient τ_α et ε_α respectivement le volume et l'énergie interne de la phase $\alpha = 1, 2$, y est la fraction de masse de la phase 1 et soit $(\tau_1, \varepsilon_1, \tau_2, \varepsilon_2, y) \mapsto \sigma$ l'entropie spécifique du mélange. Selon [5, 6], si l'on suppose qu'à chaque instant le système atteint instantanément l'équilibre entre le liquide et la vapeur, alors on dote le système diphasique d'une nouvelle fonction entropie $(\tau, \varepsilon) \mapsto s^{\text{eq}}$ qui réalise une maximisation de σ à (τ, ε) donné:

$$s^{\text{eq}}(\tau, \varepsilon) = \max_{(\tau_1, \varepsilon_1, \tau_2, \varepsilon_2, y)} \sigma,$$

τ et ε étant respectivement le volume et l'énergie interne du fluide définis par la relation

$$\begin{pmatrix} \tau \\ \varepsilon \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \varepsilon_1 \end{pmatrix} + (1 - y) \begin{pmatrix} \tau_2 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix}.$$

Une analyse mathématique des propriétés de cette loi d'état permet de montrer que le système des équations d'Euler fermées par cette loi d'état est strictement hyperbolique et nous proposons un schéma d'approximation numérique consistante avec cette approche.

Références

- [1] ALLAIRE, G. AND CLERC, S. AND KOKH, S., *A five-equation model for the simulation of interfaces between compressible fluids.*, J. Comput. Phys., 181(2):577–616, 2002.
- [2] BARBERON, T. AND HELLUY, PH., *Finite volume simulations of cavitating flows*, In *Finite volumes for complex applications, III (Porquerolles, 2002)*, pages 441–448 (electronic), Lab. Anal. Topol. Probab. CNRS, Marseille, 2002.
- [3] CALLEN, H. B. *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*, Jhon Wiley & sons, second edition, 1985.
- [4] CARO, F., *Modélisation et simulation numérique des transitions de phase liquide-vapeur*, PhD thesis, École Polytechnique, 2004.
- [5] HELLUY, PH., *Mémoire d'habilitation à diriger des recherches: quelques exemples de méthodes numériques récentes pour le calcul des écoulements multiphasiques*, 2005.
- [6] HELLUY, PH. AND SEGUIN., N. *Finite volume simulation of phase transition flows*, EDP Science, SMAI, 2005.
- [7] JAOUEN, S., *Etude mathématique et numérique de stabilité pour des modèles hydrodynamiques avec transition de phase*, PhD thesis, Université Paris 6, 2001.

Gloria FACCANONI – gloria.faccanoni@cea.fr
Commissariat à l'Energie Atomique - Saclay, 91191 Gif-Sur-Yvette Cedex