Mise en œuvre d'un calcul multipôle pour obstacle impédant

Florence MILLOT, CERFACS
Francis COLLINO, CERFACS

Nous nous intéressons aux problèmes de diffraction d'une onde électromagnétique par un corps impédant. En rgime harmonique, la condition d'impédance [1] a été initialement présentée comme la condition aux limites modélisant la pénétration d'une onde dans un obstacle métallique imparfaitement conducteur. Puis, son utilisation à été étendue à d'autres situations, telles que celle d'un obstacle conducteur parfait recouvert d'une fine couche de diélectrique ou celle d'un obstacle conducteur parfait mais dont la surface est "rugueuse". La condition d'impédance est ainsi largement utilisée comme condition aux limites effective pour la résolution de multiples problèmes de diffraction d'ondes électromagnétiques.
L'une des techniques les plus utilisées pour résoudre le problème de diffraction d'une onde électromagnétique par un obstacle dit "impédant" est la méthode intégrale qui ramène le calcul à la détermination de courants circulant sur l'obstacle. Il existe plusieurs formulations intégrales ([2], [3], [4])qui permettent d'atteindre la solution recherchée . Une de ces formulations consiste garder les deux courants électrique et magnétique et à combiner la condition d'impédance avec la relation de projection de Calderon intérieure des courants qui se trouve être connue (cf. [4]). Après discrétisation, cette formulation dite formulation de Bachelot, Gay et Lange notée par la suite **BGL**, fait intervenir deux degrés de liberté par arte du maillage, soit deux fois plus que pour le cas du conducteur parfait. notons que cette formulation fait intervenir les mêmes opérateurs intégraux que dans le cas conducteur parfait et que la conservation des flux est assurée. Cependant elle reste très sensible aux variations de l'opérateur d'impédance.
Pour des problèmes tridimensionnels impliquant un objet de dimension de plusieurs dizaines de longueurs d'ondes, le nombre de degrés de liberté peut atteindre plusieurs centaines de milliers voire quelques millions. On aboutit ainsi très rapidement des systèmes linéaires pleins à coefficients complexes de grande taille. La résolution ne peut s'effectuer par une méthode directe et seules les méthodes itératives bien préconditionnées permettent de construire la solution. Le coût de ces méthodes est fortement lié au coût du produit matrice vecteur d'où l'intérêt des méthodes multipolaires multiniveau (MMM) qui effectuent ce produit avec une complexité en $Nlog^2N$ voire N où N est le nombre de degrés de liberté.
A priori, pour une méthode à deux courants, un produit matrice-vecteur est effectué en appliquant huit fois l'algorithme multipolaire scalaire. Toutefois, on va montrer qu'en effectuant un changement d'inconnues puis en modifiant astucieusement la formule d'intégration numérique pour calculer les interactions entre éléments lointains, on peut obtenir le résultat au prix de seulement deux calculs multipolaires. Ainsi, le produit matrice vecteur peut être obtenu à un coût pratiquement équivalent à celui du cas d'un objet conducteur. C'est dans ce sens que cette formulation apparaît très bien adaptée au calcul multipôle. Des résultats numériques ont été obtenus et comparés au cas parfaitment conducteur. On note qu' à l'aide de cet algorithme à deux composantes, les erreurs sur le produit matrice-vecteur restent faibles. Les temps de calcul du produit matrice-vecteur s'avèrent être du même ordre de grandeur que ceux observés pour le cas conducteur parfait lorsque l'on utilise une formulation EFIE. La seule différence avec le cas conducteur parfait provient du stockage des intéractions proches qui interviennent lors de l'algorithme multipôle. En effet ce dernier est deux fois plus important pour le cas impédant que pour le cas conducteur parfait.

Références

[1] M.A. Leontovich,*Approximate Boundary Condition for electromagnetic field on the surface of good conductor*,Investigations on Radiowave Propagation part II Moscow, Academy of Sciences

[2] A. Bendali and M'B Fares and J. Gay, *A Boundary-Element Solution of the Leontovitch Problem*, IEEE Transaction on antennas and propagation. 47, 1597-1605, 1999.

[3] F. Collino and B. Després, *Integral equations via Saddle Point Problems for Time-Harmonic Maxwell's equations*,Journal of computational and Applied Mathematics, 150, 157-192,2003.

[4] V. Lange, *Equations intégrales espace-temps pour les équations de Maxwell. Calcul du champ diffracté par un obstacle dissipatif*, Thèse ,Université de Bordeaux , 1995.

Florence MILLOT – `millot@cerfacs.fr`
Francis COLLINO – `collino@cerfacs.fr`
CERFACS, 42 av Gustave Coriolis, 31057 TOULOUSE