

Mini-Symposium 4

Modélisation et simulation numérique de matériaux ferromagnétiques

François ALOUGES, Université Paris XI

1 Introduction

Les matériaux ferromagnétiques sont à la base d'applications technologiques récentes et/ou innovantes. Le stockage d'information (disques durs, bandes magnétiques mais aussi les mémoires magnétiques MRAM) reste incontestablement un enjeu fort, mais on assiste aussi à l'émergence de nouveaux types d'applications notamment en téléphonie mobile.

Par ailleurs, le modèle couramment accepté pour de tels matériaux, le micromagnétisme, fait apparaître une compétition entre divers phénomènes aussi bien de type énergétiques dans les problèmes statiques, que temporels dans les problèmes dynamiques.

Ce mini-symposium a pour but de décrire quelques situations où la simulation numérique permet de mieux comprendre le comportement de l'aimantation à l'intérieur de l'échantillon. Les trois orateurs traiteront des problèmes complémentaires permettant de faire un petit tour d'horizon aussi bien des difficultés rencontrées lors de la simulation numérique que des conséquences physiques des résultats obtenus.

Nous décrivons ci dessous les deux modèles (statique et dynamique) utilisés. Nous donnons aussi deux livres de physique, véritables références dans le domaine : Le livre (relativement ancien) de Brown [1] qui contient la dérivation du modèle statique, et le livre de Hubert et Schäfer [2], beaucoup plus récent dans lequel le lecteur trouvera, outre les modèles, de très nombreuses figures montrant la variété des configurations obtenues physiquement selon les matériaux, les formes des objets ou les régimes de paramètres physiques utilisés.

2 Le modèle statique

Un échantillon ferromagnétique occupant un domaine tridimensionnel Ω , l'inconnue est la distribution d'aimantation au sein du matériau $m : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$. La contrainte principale est que m a un module $M_S(T)$ appelé "aimantation à saturation" et qui ne dépend que du matériau et de la température T . Quitte à adimensionner les équations, on peut supposer

$$|m(x)| = 1 \text{ p.p.t. } x \in \Omega. \quad (1)$$

Par ailleurs, on associe à m l'énergie

$$E(m) = A \int_{\Omega} |\nabla m|^2 dx - \int_{\Omega} H_e \cdot m dx + \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} |H_d(m)|^2 dx + K \int_{\Omega} \phi(m) dx. \quad (2)$$

Les quatre termes énergétiques sont respectivement appelés **énergie d'échange**, **énergie extérieure**, **énergie démagnétisante**, et **énergie d'anisotropie**. Les constantes A et K dépendent du matériau, et H_e est un champ magnétique extérieur dans lequel on peut plonger le matériau. La fonction paire $\phi(m) \geq 0$ rend compte de l'anisotropie du cristal et vérifie $\phi(m_i) = 0$ pour un nombre fini (habituellement une ou trois) de directions m_i appelées "directions faciles" et dépend aussi du matériau (plus particulièrement de sa structure cristalline). Enfin, la partie démagnétisante est l'énergie du champ magnétique $H_d(m)$ créé par la distribution d'aimantation elle-même et qui vérifie

$$\begin{cases} \operatorname{div}(H_d(m) + m) = 0, \\ \operatorname{rot} H_d(m) = 0, \end{cases} \quad (3)$$

ces deux équations s'entendant au sens distributionnel, dans tout l'espace \mathbb{R}^3 , en prolongeant m par 0 en dehors de Ω .

Le problème statique correspond à minimiser $E(m)$ sous la contrainte (1) est donc un problème de minimisation non convexe (à cause de (1)) contenant des termes non-locaux (à cause de (3)) et diverses longueurs caractéristiques (suivant A et K).

3 Le modèle dynamique

Le modèle le plus communément accepté pour décrire l'évolution de l'aimantation au cours du temps est celui des équations de Landau-Lifshitz. Celles-ci sont obtenues en rajoutant à la dynamique de précession dite "de Larmor" (l'aimantation tourne dans le champ magnétique total ou effectif) un terme dissipatif heuristique. Plus précisément, ces équations s'écrivent sous la forme

$$\frac{\partial m}{\partial t} = m \times H(m) + \alpha(H(m) - (H(m) \cdot m)m). \quad (4)$$

Ici, $\alpha > 0$ est un coefficient d'amortissement et le champ total est donné par

$$\begin{aligned} H(m) &= -\frac{\partial E}{\partial m} \\ &= 2A\Delta m - \nabla_m \phi(m) + H_d(m) + H_e. \end{aligned} \quad (5)$$

Il est facile de voir (au moins pour des solutions régulières) que (4) peut aussi s'écrire (compte tenu de (1)) sous la forme dite de "Gilbert"

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \alpha m \times \frac{\partial m}{\partial t} = (1 + \alpha^2)m \times H(m). \quad (6)$$

Références

- [1] W.F. BROWN, *Micromagnetics*, Interscience Publishers, 1963.
- [2] A. HUBERT ET R. SCHÄFER, *Magnetic Domains : The Analysis of Magnetic Microstructures*, Springer-Verlag, 2000.