Représentations réduites d'une série rationnelle en variables non commutatives sur un corps K.

Cyrille MARTIG, INSA de RENNES

Soit S une série formelle en variables non commutatives sur un alphabet Z, à coefficients dans un corps K.

La série S est dite **reconnaissable** s'il existe un entier $n \geq 1$, un morphisme de monoïdes $\mu : Z^* \to K^{n \times n}$ et deux matrices $\lambda \in K^{1 \times n}$ et $\gamma \in K^{n \times 1}$ telles que pour tout mot $w \in Z^*$,

$$(S \mid w) = \lambda \mu(w) \gamma$$

Dans ce cas, le triplet (λ, μ, γ) est appelé une **représentation** de S et sa dimension est n.

La **matrice de Hankel** d'une série formelle S est la matrice $\mathcal{H}$ de dimension $Z^* \times Z^*$ telle que

$$\mathcal{H}(u, v) = (S \mid uv)$$

Nous commençons par rappeler deux constructions de représentations minimales. Nous présentons ici l'algorithme de G. Jacob [1]. La première représentation $(\lambda_1, \mu_1, \gamma_1)$ est obtenue en travaillant sur les colonnes de la matrice de Hankel de la série S. La deuxième représentation $(\lambda_2, \mu_2, \gamma_2)$ est obtenue en travaillant sur les lignes de la matrice de Hankel de la série S.

Les représentations réduites d'une série reconnaissable étant semblables, nous donnons explicitement la matrice de passage P permettant de passer d'une représentation à l'autre [2].

Nous introduisons ensuite la notion de série "miroir" d'une série S. Nous calculons les représentations réduites associées à la série "miroir" de S en utilisant l'algorithme de G. Jacob. Nous montrons que les transposées des représentations obtenues sont des représentations de S puis nous calculons les matrices de passage entre toutes ces différentes représentations [2].

Enfin à chaque série formelle en variables non commutatives est associé un système dynamique analytique affine [3], en particulier à chaque série formelle reconnaissable est associé un système dynamique bilinéaire (ou régulier) [1]. Nous verrons alors l'intérêt de savoir calculer des représentations minimales pour l'approximation de systèmes dynamiques analytiques affines.

Références

[1] G. Jacob, *Réalisation des systèmes réguliers (ou bilinéaires) et séries génératrices non commutatives*, publication du laboratoire de calcul de l'université de Lille I, octobre 1980.

[2] C. Martig, C. Hespel, *Représentations réduites d'une série rationnelle en variables non commutatives sur un corps K*, prépublication du laboratoire de mathématiques appliquées, centre de recherche des écoles de Saint-Cyr Coëtquidan, octobre 2005.

[3] M. Fliess, *Fonctionnelles causales non linéaires et indéterminées non commutatives*, Bull. Soc. Math. France, 109, pp 3-40, 1981.

Cyrille MARTIG – `cyrille_martig@yahoo.fr`
écoles de Saint-Cyr COETQUIDAN 56381 GUER CEDEX