

Méthode pseudo-spectrale pour la résolution numérique de l'équation de Vlasov adaptée à l'étude de la magnétosphère

Solène LE BOURDIEC, CEA Bruyères et Ecole Centrale Paris

Florian DE VUYST, Ecole Centrale Paris

Laurent JACQUET, CEA Bruyères

Mots-clés : Equation de Vlasov-Maxwell, méthode pseudo-spectrale, facteur d'échelle, quadrature de Gauss-Hermite.

Nous nous intéressons l'évolution des densités et des flux d'électrons énergétiques piégés dans la magnétosphère terrestre (ceintures de van Allen). Cette évolution est déterminée essentiellement par les interactions entre les électrons énergétiques et les ondes électromagnétiques existants dans la magnétosphère. Ces interactions se modélisent via les équations de Vlasov-Maxwell relativistes (3Dx-3Dv).

La complexité algorithmique du problème et la présence possible de petites structures dans la solution de l'équation de Vlasov conditionnent le choix d'une méthode de résolution numérique adaptée. On est alors amené à utiliser des méthodes d'ordre élevé pour la discrétisation en vitesse: des méthodes spectrales. Ces méthodes sont moins coûteuses que les méthodes eulériennes.

Notre méthode, appelée pseudo-spectrale, est basée sur méthode de collocation utilisant des points de Gauss-Hermite particuliers : les zéros de la fonction de Hermite \tilde{H}_{N+1} définie par :

$$\tilde{H}_{N+1}(x) = H_{N+1}(\alpha x)e^{-\alpha^2 x^2},$$

où H_{N+1} est le polynôme de Hermite de degré $N + 1$ et α est un facteur d'échelle sélectionné de manière à obtenir une bonne échelle de résolution en vitesse ([1]-[2]). Le problème continu est alors ramené à un problème semi-discret de grande taille (système d'EDP). Pour résoudre ce système, nous utilisons un schéma de Strang d'ordre deux en temps et une discrétisation spatiale d'ordre trois basée sur une méthode de Galerkin discontinue ([3]).

Nous présentons la méthode ainsi que son application au problème relativiste 1Dx-3Dv. Des cas tests issus de la physique ([4]-[5]) nous permettent de valider notre approche.

Références

- [1] CHENG C.Z. AND KNORR G. *The integration of the Vlasov equation in configuration space* J. Comput. Phys., 22, 330-351, 1976.
- [2] J.W. SCHUMER, J.P. HOLLOWAY, *Vlasov simulations using velocity-scaled Hermite representations*, Journal of Computation Physics 144, 626-661, 1998.
- [3] MANGENEY A., CALIFANO F., CAVAZZONI C. AND TRAVNICEK P., *A numerical Scheme for the Integration of the Vlasov-Maxwell System of Equations* J. Comput. Phys., 179, 495-538, 2002.
- [4] OMURA Y. AND SUMMERS D., *Computer simulations of the relativistic whistler-mode wave-particle interactions* Phys. Plasmas, 11, 3530, 2004.
- [5] SYDORA R. D., *Low-noise electromagnetic and relativistic particle-in-cells plasma simulation models* J. Comput. and Applied Mathematics, 109, 243-259, 1999.

Solène LE BOURDIEC – solene.le-bourdiec@ecp.fr

CEA DAM Ile de France, BP 12, 91680 Bruyères-le-Château.

Florian DE VUYST – florian.de-vuyst@ecp.fr

Ecole Centrale Paris, laboratoire MAS, Grande Voie des Vignes, 92295 Châtenay-Malabry

Laurent JACQUET – laurent.jacquet@cea.fr

CEA DAM Ile de France, BP 12, 91680 Bruyères-le-Château.