

Parallélisation d'une méthode d'éléments finis hiérarchiques

Isabelle METZMEYER, IRMA, Strasbourg

Olivier HOENEN, LSIIT-ICPS, Illkirch

Mots-clés : Vlasov-Poisson, éléments finis hiérarchiques, parallélisation, maillage adaptatif

L'équation de Vlasov permet de décrire l'évolution de particules dans un plasma sous l'effet d'un champ électromagnétique auto-consistant. On étudie le système couplé avec l'équation de Poisson :

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}_x f + \vec{E}(t, \vec{x}) \cdot \vec{\nabla}_v f = 0 \\ -\Delta \phi = 1 - \int f d\vec{v} = \rho \\ \vec{E} = -\vec{\nabla} \phi \end{cases}$$

où f représente la fonction de répartition des particules.

Quand on cherche à résoudre ce système sur une grille de l'espace des phases (\vec{x}, \vec{v}) , le problème est posé dans un espace à six dimensions ce qui rend les calculs très coûteux. Pour cette raison des codes adaptatifs ont été développés ([1]), ils permettent de réduire le nombre de points de calcul car on travaille alors sur une grille d'espace des phases qui suit la répartition des particules. Nous nous intéressons plus particulièrement à une méthode d'éléments finis hiérarchiques développée par M. Mehrenberger et M. Campos Pinto ([2]). Pour gagner encore en temps de calcul, nous nous sommes intéressés à la parallélisation efficace de ce code. Cette parallélisation repose sur une décomposition du domaine avec équilibrage de charge.

Notre travail a permis de généraliser effectivement à 6 dimensions le code parallélisé ; tant pour la partie calcul de densité de charge avec des fonctions de base de Lagrange sur le maillage adaptatif que pour le calcul du champ. Ce dernier est maintenant calculé avec une transformation de Fourier discrète rapide (FFT) ce qui a facilement permis la généralisation en plusieurs dimensions.

Le code sur lequel nous avons travaillé ne conservant pas la masse, nous avons essayé d'ajouter une contrainte concernant la masse pour chaque cellule du maillage de manière à ce que celle-ci soit conservée tout au long des simulations.

Références

- [1] N. BESSE, F. FILBET, M. GUTNIC, I. PAUN, E. SONNENDRUCKER, *An adaptive numerical method for the Vlasov equation based on a multiresolution analysis*, ENUMATH, 2001.
- [2] M. CAMPOS-PINTO, M. MEHRENBARGER, *Convergence of an adaptive scheme for the one-dimensional Vlasov-Poisson system*, prépublication disponible du laboratoire Jacques-Louis Lions et de l'INRIA, soumise à SIAM Journal on Numerical Analysis.

Isabelle METZMEYER – isametz@math.u-strasbg.fr
IRMA, 7, rue René Descartes 67084 STRASBOURG CEDEX
Olivier HOENEN – hoenen@icps.u-strasbg.fr
Pole API, Bd S. Brant 67400 ILLKIRCH