

Méthode de synthèse modale pour la résolution des équations de la neutronique en formulation mixte duale, application à des calculs 3D hétérogènes

Pierre GUÉRIN, CEA Saclay

Mots-clés : synthèse modale, formulation mixte duale, neutronique, décomposition de domaine.

La détermination numérique du flux de neutrons dans un cœur de réacteur nucléaire s'avère délicate car la configuration du combustible est très hétérogène. Nous présentons une méthode de résolution inspirée de la méthode de synthèse modale avec une décomposition de domaine par recouvrement [1]. Les équations stationnaires de la neutronique peuvent s'écrire sous la forme d'un problème variationnel aux valeurs propres généralisé : trouver $u_0 \in V$ et $\lambda_0 \in \mathbb{R}$ tels que

$$a(u_0, v) = \frac{1}{\lambda_0} b(u_0, v) \quad \forall v \in V, \quad (1)$$

où a et b sont des formes bilinéaires qui décrivent le problème, et V est un espace de Hilbert. Seul le mode fondamental u_0 a une signification physique, correspondant à la plus grande valeur propre λ_0 .

L'idée principale de la méthode est de décomposer le domaine de calcul R en K sous-domaines recouvrants : $R = \bigcup_{k=1}^K R^k$. Sur chaque sous-domaine R^k on détermine les N^k premières solutions propres

$(u_i^k, \lambda_i^k)_{\substack{1 \leq i \leq N^k \\ 1 \leq k \leq K}}$ des problèmes locaux : trouver $u_i^k \in V^k$ et $\lambda_i^k \in \mathbb{R}$ tels que

$$a^k(u_i^k, v) = \frac{1}{\lambda_i^k} b^k(u_i^k, v) \quad \forall v \in V^k, \quad (2)$$

où a^k, b^k et V^k sont les restrictions de a, b et V sur R^k . Ces modes locaux étendus par 0 sur $R \setminus R^k$ (notés par un $\tilde{\cdot}$) engendrent un espace de fonctions définies sur R : $V_\delta = \text{vect}\{\tilde{u}_i^k\}_{\substack{1 \leq i \leq N^k \\ 1 \leq k \leq K}}$. Les conditions aux limites des problèmes locaux (2) sont choisies pour assurer $V_\delta \subset V$. Une solution approchée du problème (1) est alors cherchée dans cette espace discret par une méthode de Galerkin : trouver $u_\delta \in V_\delta$ et $\lambda_\delta \in \mathbb{R}$ tels que

$$a(u_\delta, v) = \frac{1}{\lambda_\delta} b(u_\delta, v) \quad \forall v \in V_\delta, \quad (3)$$

Une alternative au calcul de plusieurs modes par sous-domaine a également été développée, afin de réduire le coût numérique de la méthode. Elle s'appuie sur un principe de factorisation du flux [2] : dans un cœur périodique, le i -ème mode de flux solution de (1) s'écrit asymptotiquement comme le produit du flux fin solution fondamentale d'un problème local par un flux lisse solution d'un problème homogénéisé sur tout le cœur. L'alternative consiste à ne calculer que la solution fondamentale de (2) sur chaque sous-domaine, et de remplacer dans V_δ les modes d'ordre supérieur par des fonctions factorisées, produits du mode fondamental local par des fonctions lisses locales bien choisies.

Cette méthode de synthèse modale présente de nombreux intérêts pour la neutronique. Notamment, elle s'applique aussi bien à des modèles de diffusion, pour lesquels nous avons déjà des résultats encourageants, qu'à des modèles de transport. Le couplage du transport pour les calculs locaux et de la diffusion pour la résolution globale est envisagé. De plus, cette méthode est facilement implémentable sur des ordinateurs en parallèle : les calculs locaux sont indépendants, et peuvent être réalisés sur différents processeurs sans communication.

Références

- [1] I. CHARPENTIER, F. DE VUYST, Y. MADAY, *Méthode de synthèse modale avec une décomposition de domaine par recouvrement*, C. R. Acad. Sci. Paris, 322, Série I, p. 881-888, 1996.
- [2] G. ALLAIRE, Y. CAPDEBOSCO, *Homogenization of a spectral problem in neutronic multigroup diffusion*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 187, p. 91-117, 2000.

Pierre GUÉRIN – pierre.guerin@cea.fr

Commissariat à l'Energie Atomique, DEN/DANS/DM2S/SERMA/LENR, CEA Saclay, 91191 Gif sur Yvette, France