

Couplage d'une formulation variationnelle ultra-faible et d'une représentation intégrale utilisant une méthode multipôle rapide en électromagnétisme

Eric DARRIGRAND, Université de Rennes 1

Peter MONK, University of Delaware

De nombreuses méthodes ont été développées pour la résolution des équations de Maxwell en régime fréquentiel, en domaine extérieur autour d'un obstacle, à haute fréquence. Les méthodes basées sur une discrétisation des équations dans \mathbb{R}^3 nécessitent la considération difficile d'une frontière artificielle autour de l'obstacle, munie d'une condition adaptée. Les formulations intégrales permettent d'éviter ce problème en se ramenant à la résolution d'un système d'équations définies sur la frontière de l'obstacle. Elles aboutissent en contre partie à des systèmes denses et généralement mal conditionnés.

La formulation variationnelle ultra-faible (UWVF) ([1], [2]) est une méthode basée sur une discrétisation du problème dans \mathbb{R}^3 qui utilise des fonctions de base en ondes planes et permet le choix d'un maillage plus grossier que les méthodes d'éléments finis plus classiques. Cependant la UWVF nécessite toujours l'utilisation d'une surface artificielle. Le choix d'une représentation intégrale de l'inconnue sur cette surface permet la définition d'une condition aux limites exacte ([5],[6]). La distance entre l'obstacle et la surface artificielle peut ainsi être fortement réduite. L'utilisation d'une méthode multipôle rapide ([3], [4]) assure un faible coût des calculs impliquant les opérateurs intégraux. Les résultats numériques confirment un gain de précision tout en considérant la frontière artificielle nettement plus proche (à une distance de l'obstacle en $\lambda/6$ au lieu de 2.6λ avec une UWVF classique pour une précision du même ordre, où λ désigne la longueur d'onde). Les temps de calculs nécessaires lors de l'utilisation d'une méthode multipôle rapide à un niveau sont conformes aux estimations théoriques de la complexité algorithmique et motivent le développement d'une version multi-niveaux.

Références

- [1] O. CESSENAT and B. DESPRÉS, *Using Plane Waves as Base Functions for Solving Time Harmonic Equations with the Ultra Weak Variational Formulation*, J. Comput. Acoust., vol. 11, pp. 227-238, 2003.
- [2] O. CESSENAT, *Application d'une nouvelle formulation variationnelle aux équations d'ondes harmoniques - problèmes de Helmholtz 2D et de Maxwell 3D*, PhD-thesis, Université Paris IX, December 1996.
- [3] R. COIFMAN, V. ROKHLIN and S. WANDZURA, *The Fast Multipole Method for the Wave Equation: A Pedestrian Prescription*, IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol. 35 (3), pp. 7-12, June 1993.
- [4] E. DARVE, *The Fast Multipole Method: Numerical Implementation*, J. Comput. Phys., vol. 160 (1), pp. 195-240, 2000.
- [5] C. HAZARD and M. LENOIR, *On the Solution of Time-Harmonic Scattering Problems for Maxwell's Equations*, SIAM J. Math. Anal., vol. 6, pp. 1597-1630, November 1996.
- [6] J. LIU and J.M. JIN, *A Novel Hybridization of Higher Order Finite Element and Boundary Integral Methods for Electromagnetic Scattering and Radiation Problems*, IEEE Trans. Ant. Prop., vol. 49, pp. 1794-1806, December 2001.

Eric DARRIGRAND – eric.darrigrand-lacARRIERU@univ-rennes1.fr

IRMAR, Université de Rennes 1, 263 avenue du Général Leclerc, 35000 Rennes

Peter MONK – monk@math.udel.edu

Department of Mathematical Sciences, University of Delaware, Newark, DE 19716, USA