Convergence d'un schéma de type sweeping process pour un problème de vibro-impact

Raoul DZONOU, Université Jean Monnet, Saint Etienne
Manuel MONTEIRO MARQUES, Université de Lisbonne
Laetitia PAOLI, Université Jean Monnet, Saint Etienne

Mots-clés : vibro-impact, coefficient de restitution, inclusions différentielles, sweeping process.

Nous nous intéressons au mouvement d'un système mécanique ayant un nombre fini d de degrés de liberté et soumis à une contrainte unilatérale sans frottement sec. Plus précisément

$$q(t) \in L = \{q \in \mathbb{R}^d; g(q) \leq 0\}$$

où $q \in E := \mathbb{R}^d$ est le point représentatif du système en coordonnées généralisées et $g \in C^{1,1/2}(E, \mathbb{R})$.
En l'absence de contact, c'est à dire lorsque $q(t)$ appartient à l'intérieur du domaine L, le mouvement est décrit par la relation fondamentale de la dynamique qui conduit à une équation différentielle:

$$M(q)\ddot{q} = f(t, q, p), \quad p = M(q)\dot{q},$$

où $M(q)$ est l'opérateur d'inertie associé au système et f est le terme de force.
Lorsque la contrainte est active i.e lorsque $q(t) \in \partial L$, nous supposons que la composante tangentielle du vecteur vitesse $\dot{q}$ est conservée, alors que sa composante normale est renversée et multipliée par un coefficient de restitution $e \in [0, 1]$, où la notion d'orthogonalité est définie par rapport à la métrique cinétique.
Nous adoptons la formulation de ce problème proposée par J.J. Moreau ([1]) sous la forme d'une inclusion différentielle au sens des mesures : Soit $(q_0, u_0) \in L \times V(q_0)$, trouver $u : [0, \tau] \longrightarrow \mathbb{R}^d$ à variations bornées telle que:

$$f(t, q, M(q)u)dt - M(q)du \in \partial I_{V(q(t))}\left(\frac{u^+(t) + eu^-(t)}{1 + e}\right)$$

avec

$$q(t) = q_0 + \int_0^t u(s)ds,$$

$$V(q) = \begin{cases} \{v \in: \nabla g(q).v \leq 0\} & \text{si} \quad g(q) \geq 0, \\ E \quad \text{sinon}, \end{cases}$$

$$\partial I_{V(q)}(y) = \begin{cases} \{x \in E; < x, z - y > \leq 0 \quad \forall z \in V(q)\} & \text{si} \quad y \in V(q), \\ \emptyset \quad \text{sinon}. \end{cases}$$

On propose un schéma numérique de type sweeping process inspiré de ([2]). En supposant que l'opérateur d'inertie est localement lipschitzien, le terme de force continu et localement lipschitzien par rapport aux deuxième et troisième variables, nous établissons la convergence du schéma vers une solution du problème de Cauchy précédent, ce qui constitue également un résultat d'existence.
Une illustration numérique sera présentée dans le cas du problème modèle du double pendule.

Références

[1] J.J. Moreau, *Unilateral contact and dry friction in finite freedom dynamics, in Nonsmooth Mechanics and Applications*, J.J.Moreau and P.D.Panagiotopoulos eds, CISM courses and lectures, Springer-Verlag, New-York, 302 1-82, 1988.

[2] Manuel D.P Monteiro Marques, *Differential inclusions in non-smooth mechanical problems: shocks and dry friction.* Birkhauser, Boston, Berlin, 1993.

Raoul DZONOU – raoul.dzonou@univ-st-etienne.fr
LaMUSE,Université Jean Monnet, 23 rue du Docteur Paul Michelon, 42023 Saint Etienne, Cedex 2
Manuel MONTEIRO MARQUES – mmarques@ptmat.fc.ul.pt
CMAF, Universidade de lisboa, Avenida Prof Gama Pinto2 1649-003 Lisbonne, Portugal
Laetitia PAOLI – laetitia.paoli@univ-st-etienne.fr
LaMUSE, Université Jean Monnet, 23 rue du Docteur Paul Michelon, 42023 Saint Etienne, Cedex 2.