Fluides visco-élastiques en domaine mince

Laurent CHUPIN, Institut Camille Jordan - Lyon
Guy BAYADA, Institut Camille Jordan - Lyon
Sébastien MARTIN, Institut Camille Jordan - Lyon

Mots-clés : films minces, modèle d'Oldroyd

L'objet de cette communication est de présenter un modèle d'écoulement pour les fluides visco-élastiques en couche mince. En particulier, nous allons dériver puis analyser le comportement asymptotique des équations décrivant un écoulement de fluide ayant pour loi de comportement une loi de type Oldroyd. Nous présenterons ensuite une méthode numérique adaptée permettant de mettre en avant les effets visco-élastiques tridimensionnels.

Les fluides visco-élastiques sont des fluides non newtoniens dont la loi de comportement (donnée de la contrainte en fonction du taux de cisaillement) est une loi différentielle. Couplé au équations de Navier-Stokes de l'hydrodynamique, le modèle macroscopique s'écrit :

$$\begin{cases} \partial_t U + U \cdot \nabla U - \eta(1-r)\Delta U + \nabla p - \operatorname{div} \sigma = 0, \\ \operatorname{div} U = 0, \\ \lambda \left(\partial_t \sigma + U \cdot \nabla \sigma + g(\nabla U, \sigma)\right) + \sigma = 2\eta r D(U). \end{cases}$$

Il couple des équations sur la vitesse U du fluide, sa pression p (vue ici comme multiplicateur de Lagrange associé à la condition d'incompressibilité) et la contrainte σ. Les paramètres η, r et λ correspondent respectivement à la viscosité, aux temps de retard et de relaxation du fluide.

En supposant le domaine mince (une des dimensions petite devant les deux autres), formellement, on en déduit un système couplant uniquement la vitesse $U = (u, w) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}$ et la pression p (toute la non linéarité du précédent système étant contenue dans le terme noté β) :

$$\begin{cases} -\eta(1-r)\partial_z^2 u - \partial_z \beta + \nabla_x p = 0, \quad \text{with} \quad \beta = \dfrac{\eta\, r \partial_z u}{1 + \mathcal{K}^2 |\partial_z u|^2}, \\ \partial_z p = 0, \\ \operatorname{div}_x u + \partial_z w = 0. \end{cases}$$

C'est ce système que nous nous proposons d'étudier, à la fois en terme d'existence de solution (faible ou forte), mais aussi du point de vue numérique.

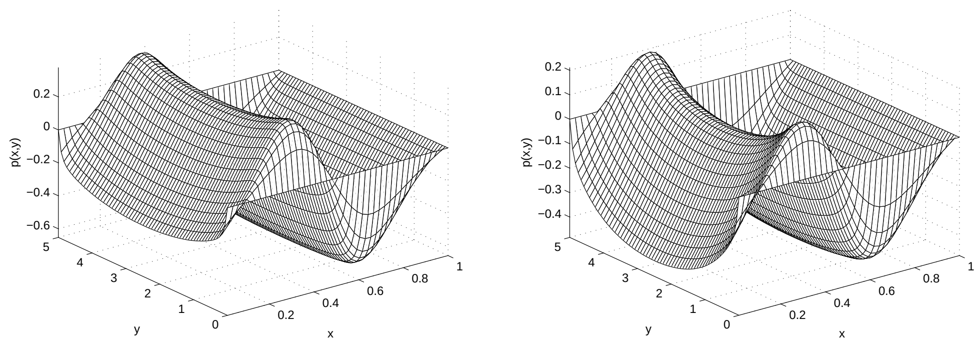

Figure 1: Profil de pression pour $r = 0$ et $r = 0.5$

Laurent CHUPIN – `laurent.chupin@insa-lyon.fr`
Guy BAYADA – `guy.bayada@insa-lyon.fr`
Institut Camille Jordan, CNRS UMR 5208, Bâtiment Léonard de Vinci - 21, avenue Jean Capelle, 69 621 Villeurbanne Cedex
Sébastien MARTIN – `sebastien.martin@insa-lyon.fr`
Institut Camille Jordan, CNRS UMR 5208, Bâtiment Léonard de Vinci - 21, avenue Jean Capelle, 69621 Villeurbanne Cedex