

Utilisation d'une fonction cut-off pour l'enrichissement singulier au fond de la fissure avec XFEM

Elie CHAHINE, Université Paul Sabatier - INSA Toulouse

Patrick LABORDE, Université Paul Sabatier Toulouse

Yves RENARD, Université Paul Sabatier - INSA Toulouse

Mots-clés : mécanique de la rupture, éléments finis, méthode XFEM, fonction cut-off, estimations d'erreurs, vitesse de convergence.

Les domaines fissurés conduisent à des difficultés d'applications des méthodes d'éléments finis classiques. En effet, la présence d'une singularité au fond de la fissure impose au maillage de suivre la géométrie de la fissure afin d'obtenir de meilleurs résultats. Des remaillages seront alors nécessaires pour modéliser la propagation de la fissure, ce qui implique un coût de calcul important. Ceci a motivé l'introduction de la méthode des éléments finis enrichis XFEM (eXtended Finite Element Method) en 1999 (voir [3]). L'idée est de définir une méthode d'éléments finis classique sur un maillage du domaine non fissuré. Ensuite, il s'agit d'enrichir la base éléments finis classique par des fonctions singulières au voisinage du fond de la fissure, et par une fonction discontinue tout au long de la fissure. Ces fonctions d'enrichissement modélisent respectivement le déplacement singulier au fond de la fissure et la discontinuité du déplacement à travers les lèvres de la fissure.

Des simulations numériques ont montré dans [2] que cette méthode XFEM permet de diminuer l'erreur commise mais en revanche, elle n'améliore pas la vitesse de convergence de la méthode des éléments finis non enrichis (en \sqrt{h} pour une méthode d'ordre 1, où h est le pas du maillage). Une première variante de XFEM a été proposée aussi dans [2] permettant d'obtenir une vitesse de convergence optimale (en h). Elle consiste à enrichir par les fonctions singulières toute une zone contenant le fond de la fissure, dont la surface est indépendante de h . La stratégie d'enrichissement proposée dans [2] a pour conséquence la non conformité de la méthode sur la transition entre les éléments enrichis et les éléments non enrichis.

Pour traiter ces difficultés, nous présenterons une deuxième variante de XFEM. Dans cette dernière, on utilise une fonction cut-off pour enrichir, par les fonctions singulières, toute une zone contenant le fond de la fissure. L'utilisation d'une telle fonction suffisamment régulière conserve la conformité de la méthode et réduit significativement le coût de calcul. Une étude mathématique présentée dans [1] montre que la vitesse de convergence de cette variante est quasi-optimale. L'originalité de cette étude tient de la résolution des difficultés de l'interpolation des éléments partiellement enrichis par la fonction discontinue. De plus, nous présenterons les résultats numériques de cette variante pour une méthode du premier ordre. Ces résultats mettent en évidence la vitesse de convergence, puis la variation, en fonction de h , du conditionnement du système linéaire associé. Ils seront comparés à ceux obtenus par la méthode classique sans enrichissement et à ceux obtenus par la première variante de XFEM.

Références

- [1] E. CHAHINE, P. LABORDE, Y. RENARD, *A quasi-optimal convergence result for fracture mechanics with XFEM*, C. R. Acad. Sci., Paris, Ser. I 342:527-532, 2006.
- [2] P. LABORDE, Y. RENARD, J. POMMIER, M. SALAUN, *High Order Extended Finite Element Method For Cracked Domains*, Int. J. Numer. Meth. Engng., 64:354-381, 2005.
- [3] N. MOES, J. DOLBOW, AND T. BELYTSCHKO, *A finite element method for crack growth without remeshing*, Int. J. Numer. Meth. Engng., 46:131-150, 1999.

Elie CHAHINE – elie.chahine@insa-toulouse.fr

MIP, CNRS UMR 5640, INSAT, Département GMM, Complexe scientifique de Rangueil, 31077 Toulouse

Patrick LABORDE – laborde@mip.ups-tlse.fr

MIP, CNRS UMR 5640, UPS Toulouse 3, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex 4

Yves RENARD – yves.renard@insa-toulouse.fr

MIP, CNRS UMR 5640, INSAT, Département GMM, Complexe scientifique de Rangueil, 31077 Toulouse