Couplage du système de la dynamique des gaz et d'un système de relaxation associé

Filipa CAETANO, Université Pierre et Marie Curie

Mots-clés : lois de conservation, relaxation, couplage, problème de Riemann.

On considère le problème du couplage à une interface fixe entre le système de la dynamique des gaz et un système de relaxation associé

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \dfrac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p) = 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \dfrac{\partial}{\partial x}((\rho e + p)u) = 0, \end{cases}$$

$$x < 0,\ t > 0,$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t}(\alpha\rho) + \dfrac{\partial}{\partial x}(\alpha\rho u) = \lambda_0 \rho(\alpha_{eq}(\rho) - \alpha) \\ \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \dfrac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p) = 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \dfrac{\partial}{\partial x}((\rho e + p)u) = 0, \end{cases}$$

$$x > 0,\ t > 0,$$

où, pour le système de gauche, $p = p_L(\rho, \varepsilon)$, et pour le système de droite, $p = p_R(\alpha, \rho, \varepsilon)$, p_L, p_R et α_{eq} étant des fonctions données. La constante $\lambda_0 > 0$ représente une vitesse de relaxation et la relation d'équilibre pour le système de relaxation est donnée par $\alpha = \alpha_{eq}(\rho)$. On suppose les pressions p_L et p_R telles que $p_R(\alpha_{eq}(\rho), \rho, \varepsilon) = p_L(\rho, \varepsilon)$, le système de gauche correspond ainsi au système de droite à l'équilibre.

L'objectif de ce travail est l'obtention des conditions de transmission au niveau de l'interface de couplage $x = 0$. Pour ce faire, on suit l'approche introduite en [3]. La formulation de ces conditions utilise la notion de solution du problème aux limites introduite par Dubois et LeFloch (cf. [2]) et nécessite de définir des opérateurs de relèvement et de projection, du fait que les systèmes ne sont pas de même dimension. Ces résultats ont permis l'étude du problème de Riemann couplé qui est en particulier résolu dans le cas où l'on suppose la solution continue (et à l'équilibre) à l'interface.

Ce travail est motivé par les études présentées dans [1] sur le couplage numérique dans le contexte des écoulements diphasiques, lorsque l'on suppose que deux modèles différents sont utilisés de part et d'autre de l'interface.

Références

[1] A. Ambroso, C. Chalons, F. Coquel, E. Godlewski, F. Lagoutière, P.-A. Raviart et N. Seguin, *Homogeneous models with phase transition : coupling by finite volume methods*, Finite Volumes for Complex Applications IV, Hermes Science, 483-492, 2005.

[2] F. Dubois et P.G. LeFloch, *Boundary conditions for nonlinear hyperbolic problems of conservation laws*, J. Diff. Eq., **71**, 93-122, 1988.

[3] E. Godlewski, P.-A. Raviart et K. C. LeThan, *The numerical interface coupling of nonlinear hyperbolic systems of conservation laws: II. The case of systems*, ESAIM:M2AN, **39**, No.4, 649-692, 2005.

Filipa CAETANO – `caetano@ann.jussieu.fr`
Laboratoire Jaques-Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie, 175 Rue du Chevaleret, 75013 Paris