

Homogénéisation partielle des modèles discrets.

Marthe BETOUE ETOUGHE, Université de Saint Etienne

Mots-clés : Homogénéisation, méthode semi-discrète

Plusieurs problèmes étudiés en physiques sont liés à la structure atomique des milieux, par conséquent leur description est discrète. La résolution numérique de ces problèmes nécessite un coût élevé en temps de calcul et en mémoire, du fait du très grand nombre de atomes.

Les problèmes auxquels nous nous intéressons sont définis dans des domaines qui sont partiellement soumis aux fortes variations des propriétés. Cette particularité ne nous permet pas de passer au modèle du milieu continu dans le domaine tout entier.

Dans l'approche que nous proposons, nous remplaçons les équations discrètes par un modèle continu (généralement les EDP) dans la partie du domaine faiblement perturbé, en conservant le modèle discret sans changement dans la partie de la variation forte des propriétés. Cette méthode mixte, appelée méthode semi-discrète, utilise une combinaison de modèle discret et de modèle continu: elle est discrète dans le domaine singulier, et continue dans le domaine régulier. Naturellement, il est important de définir les conditions de l'interface entre les parties discrète et continue.

Nous justifions cette approche à travers la proximité des solutions respectives du modèle discret et du modèle semi-discrète. Nous proposons les conditions d'interface.

Nous appliquons cette méthode dans un premier temps aux problèmes aux limites elliptiques, puis nous l'étendons aux problèmes paraboliques et enfin aux problèmes non linéaires.

Dans la première partie, nous nous intéressons aux problèmes discrets que l'on peut approcher par des problèmes continus , et nous établissons que les modèles discret et semi-discrète sont des approximations de même ordre du modèle continu. Donc la justification se fait par l'intermédiaire du modèle continu. Dans ce cas, cette méthode fournit une erreur du même ordre que la MEF standard.

Dans la deuxième partie, nous nous intéressons aux problèmes discrets dont le comportement fortement singulier dans une partie du domaine d'étude ne nous permet pas d'envisager une "bonne" approche continue du problème discret. En dimension 1, dans le cas d'un modèle semi-discrète pour une chaîne constituée de plusieurs fils, nous établissons que la méthode fournit une erreur de l'ordre de $c(\epsilon) h^{\frac{3}{2}}$ où ϵ est un paramètre lié à la singularité partielle du problème.

Références

- [1] G. PANASENKO, *Multi-scale Modelling for structures and composites*, Springer, 2005.
- [2] P. GRISVARD , *Elliptic problem in nonsmooth domains*, Pitman, 1985.
- [3] J. L. LIONS, *Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires*, Dunod, 1969.
- [4] P. CIARLET , *The finite element method for elliptic problems*, North-holland, 1978.

Marthe BETOUE ETOUGHE – marthe.betoue@univ-st-etienne.fr

LaMUSE, Universté Jean Monnet Saint Etienne, 23 rue du Docteur Paul Michelon, 42023 Saint Etienne