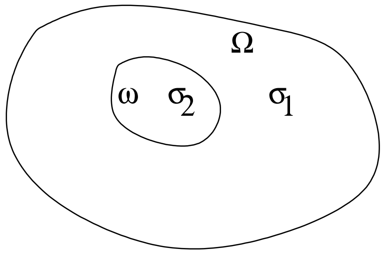
Applications conformes et dérivée de forme pour le problème de transmission avec une seule mesure

Lekbir AFRAITES, Université de Technologie de Compiègne, LMAC

Mots-clés : problème inverse de conductivité, optimisation de forme, dérivée de forme, applications conformes, méthode des élements frontières.

Nous nous intéressons au problème inverse d'identification d'une inclusion ω de conductivité σ_2 située à l'intérieur d'un domaine Ω connexe de R^2 de frontière regulière et de conductivité $\sigma_1 \neq \sigma_2$. Pour ce faire nous disposons d'une unique paire de mesures frontières (f, g). Ces mesures sont liées au potentiel u qui satisfait le système surdéterminé suivant :

$$\begin{cases} \nabla.(\sigma\nabla u) & = & 0 \quad dans \quad \Omega \\ u & = & f \quad sur \quad \partial\Omega \\ \sigma_1 \dfrac{\partial u}{\partial \nu} & = & g \quad sur \quad \partial\Omega \end{cases}$$



où:

- $\sigma = \sigma_1 + (\sigma_2 - \sigma_1)\chi_\omega$, $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 > 0$.
- χ_ω décrit la fonction indicatrice de l'inclusion ω à identifier.

Nous transformons le problème d'identification de l'inclusion w à partir de paire d'une unique mesures (f, g) en un problème d'optimisation de forme. La résolution numérique de ce dernier par une méthode de descente nécessite un bon choix du domaine initial. Ce point de départ est obtenu à l'aide d'application suite au travail [2] qui etend à notre problème d'une méthode initié dans [1].

La transformation en un problème d'optimisation est effectuée, dans un premier temps, en minimisant une fonctionelle J dite de *Kohn-Vogelius* fondée sur l'écart énergétique entre la solution d'un problème de *Dirichlet* et celle d'un problème de *Neumann* obtenu en remplaçant, sur la frontière $\partial\Omega$, la condition de *Dirichlet* par la condition de *Neumann* en utilisant le flux mesuré. Par ailleurs, nous montrons que le gradient de J ne dépend que de l'état u et pas de sa dérivée de forme. Afin d'évaluer l'apport de cette idée nous considérons, également, le problème d'optimisation au sens des moindres carrés.

Dans ce travail, nous prouvons l'existence de la dérivée de forme de l'état u et de la fonctionnelle J [3]. La résolution numérique du problème d'optimisation est effectuée en utilisant la méthode des éléments frontières et en paramétrant la forme en question. Nous présentons une étude comparative sur les résultats numériques obtenus par les deux méthodes.

Références

[1] I. Akduman and R. Kress, *Electrostatic imaging via conformal mapping*, Inverse Problems, 18(2002)1659-1672.

[2] M. Dambrine, D. Kateb , *Conformal mapping and inverse conductivity problem with one measurement*,to appear in ESAIM: Control Optimisation and Calculus of Variations.

[3] L.Afraites,M. Dambrine, D. Kateb , *Conformal mapping and shape derivatives for the transmission problem with one measurement*, submitted.

Lekbir AFRAITES – `Lekbir.afraites@dam.utc.fr`
Université de Technologie de Compiègne, LMAC