

Résolution deux échelles des équations de Maxwell

Sébastien JUND, IRMA, Université de Strasbourg

Nous avons adapté une méthode deux échelles développée par R. Glowinski et al. [1] sur une équation de Maxwell stationnaire, plus précisément : soit $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ un ouvert borné, régulier de \mathbb{R}^2 de frontière $\Gamma = \partial\Omega$ et soit $\omega \subset \Omega$ un autre ouvert régulier inclu dans Ω de frontière γ . Notons \vec{n} (resp. \vec{m}) le vecteur normal unitaire sortant de ω sur γ (resp. de Ω sur Γ).

$$\begin{cases} U + \nabla \times \nabla \times U = f \text{ dans } \Omega, \\ U \times \vec{m} = 0 \text{ sur } \Gamma. \end{cases} \quad (1)$$

où $f \in (L^2(\Omega))^2$ est la somme de deux fonctions $f_1, f_2 \in (L^2(\Omega))^2$, $f = f_1 + f_2$ avec $\text{supp}(f_2) \subset \omega$. Sachant que f_1 et f_2 ont pour vocation d'être respectivement les parties à faible et forte variation, nous montrons qu'il est possible de résoudre le problème en résolvant deux problèmes auxiliaires :

$$\begin{cases} V + \nabla \times \nabla \times V = f_1 \text{ dans } \Omega, \\ V \times \vec{n} = 0 \text{ sur } \Gamma, \\ [V] = 0 \text{ sur } \gamma, \\ [(\nabla \times V) \times \vec{n}] = -\lambda \text{ sur } \gamma \end{cases} \quad (2)$$

et

$$\begin{cases} W + \nabla \times \nabla \times W = f_1 + f_2 \text{ dans } \omega, \\ W \times \vec{n} = V \times \vec{n} \text{ sur } \gamma \end{cases} \quad (3)$$

où $\lambda = ((\nabla \times \overline{V}^+) \times \vec{n}) - ((\nabla \times \overline{W}) \times \vec{n})$ avec \overline{V}^+ lui-même restriction à $\Omega \setminus \overline{\omega}$ de la solution de (2) avec $\lambda = 0$, et \overline{W} la solution de (3) qui en résulte. Ces deux problèmes peuvent maintenant être résolu sur des échelles adaptées, à savoir une échelle grossière pour le problème (2), et une échelle fine pour le problème (3).

Nous testons numériquement cette résolution en utilisant des éléments fini de Raviart-Thomas-Nédélec de divers ordres pour mettre en évidence le peu de perte que celle-ci entraîne par rapport à une résolution directe du problème initial (1).

Références

- [1] R. GLOWINSKI, J. HE, J. RAPPAZ & J. WAGNER A multi-domain method for solving numerically multi-scale elliptic problems , R. Glowinski and al., C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 338 , 2004.

Sébastien JUND – jund@math.u-strasbg.fr

IRMA, Université de Strasbourg, 7 Rue René Descartes, 67084 Strasbourg