

Estimation précise de la traînée des avions par schéma d'ordre élevé et approche adjointe

BOREL S. ^{1,2}, MADAY Y. ¹, ROGÉ G. ²

1: Université Pierre et Marie Curie, Laboratoire J.L. Lions, 175 rue du Chevaleret, 75013 Paris, France

2: Dassault Aviation, DGT/DTIAE/AERAV, 78 quai Marcel Dassault, 92552 Saint-Cloud, France

Objectifs

- Simuler de manière précise l'écoulement d'un fluide autour d'un avion → **Schéma de VF d'ordre élevé**
- Estimer de manière précise des quantités d'intérêt pour la conception d'avions telles que la traînée de pression → **Approche adjointe**

Schéma d'ordre élevé: l'approche MUSCL

Discretisation par volumes finis des équations d'Euler:

$$mes(C_i) \frac{\partial W_i}{\partial t} + \sum_{j \in V(i)} \Phi_{ij} + \Phi_{i\alpha} + \Phi_{i\beta} = 0$$

flux de F à travers l'interface entre les cellules C_i et C_j

flux provenant de la frontière artificielle

flux sur le corps

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho V \\ E \end{pmatrix}, F(W) = \begin{pmatrix} \rho V \\ \rho V \otimes V + p Id_3 \\ (E + p)V \end{pmatrix}$$

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{2} (F_{ij}(W_i) + F_{ji}(W_j)) - \frac{1}{2} |A_{N_i}| (F_{ji}(W_j) - F_{ij}(W_i)) \cdot N_{ij}$$

Schémas de Roe d'ordre élevé:

$$\begin{cases} F_{ij} = F_i + \frac{1}{2} (\nabla F)_i \cdot N_i N_j \\ F_{ji} = F_j - \frac{1}{2} (\nabla F)_j \cdot N_i N_j \end{cases}$$

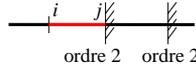
Jusqu'à l'ordre 3:

$$(\nabla F)_i = \frac{1-\kappa}{2} (\nabla F)_{T_i} + \frac{1+\kappa}{2} (\nabla F)_{N_j}$$

$$\kappa = 0 \quad : \text{ordre 2}$$

$$\kappa = 1/3 \quad : \text{ordre 3}$$

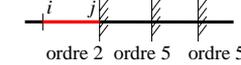
Près du bord:



Ordre supérieur:

$$(\nabla F)_i = \begin{cases} (1-\beta)(\nabla F)_{ij} + \beta(\nabla F)_{T_i} \\ + \xi^c [(\nabla F)_{T_i} - 2(\nabla F)_{ij} + (\nabla F)_{T_j}] \\ + \xi^d [(\nabla F)_{D_i} - 2(\nabla F)_{N_i} + (\nabla F)_{N_j}] \end{cases}$$

Près du bord:



$$(\nabla F)_{ij} = (\nabla F)_{T_i} = \sum_{k \in T_i} F_k \nabla \lambda_k^i \quad \text{avec } (\nabla F)_{ij} \cdot N_i N_j = F_j - F_i$$

$$(\nabla F)_{N_i} = \frac{1}{|C_i|} \int_{C_i} \nabla F dx = \frac{1}{|C_i|} \sum_{T \in T_i} \int_T (\nabla F)_T$$

$$(\nabla F)_{D_i} = \frac{\rho_{N_i}}{|N_i N_i|} (\nabla F)_{N_i} + \frac{\rho_{N_j}}{|N_i N_j|} (\nabla F)_{N_j}$$

$\lambda_k^i =$ coordonnée barycentrique associée au sommet k et à l'élément T

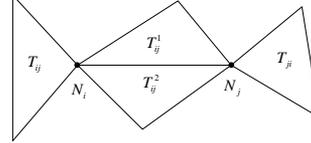


Figure 1: Stencil pour le schéma d'ordre 2

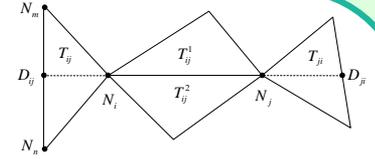


Figure 2: Stencil pour le schéma d'ordre 5



Figure 3: Maillage surfacique, profil NACA64A10

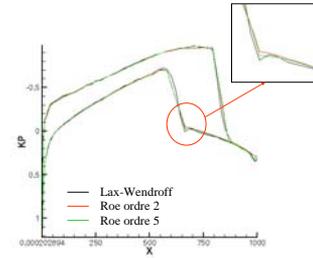


Figure 5: Pression et taux d'entropie pour une incidence de 1 degré et un nombre de Mach de 0.85

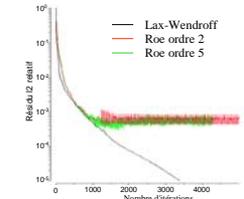


Figure 4: Courbes de convergence

Estimation précise de la traînée et adaptation de maillage: l'approche adjointe

Equations d'Euler discrétisées: $R_H(W_H) = 0$ sur M_H

Problématique: Soit M_h un maillage plus fin que M_H . Comment estimer une observation $f_h(W_h)$ sans avoir à résoudre $R_h(W_h) = 0$?

Idee de base: on utilise l'approximation

$$f_h(W_h) \approx f_h(W_h^H)$$

avec W_h^H l'interpolé de W_H sur M_h

Correction grâce à l'adjoint:

$$f_h(W_h) \approx f_h(W_h^H) - (\Psi_h^H)^T R_h(W_h^H)$$

avec Ψ_h^H l'interpolé de Ψ_H sur M_h et Ψ_H solution du problème adjoint

$$\left(\frac{\partial R_H}{\partial W_H} \right)^T \Psi_H = \left(\frac{\partial f_H}{\partial W_H} \right)^T \quad \text{sur } M_H$$

Maillage grossier

Résolution

- des équations d'Euler: W_H
- du problème adjoint: Ψ_H

Maillage fin

solution W_h^H et adjoint Ψ_h^H

estimation de l'observation $f_h(W_h^H) - (\Psi_h^H)^T R_h(W_h^H)$

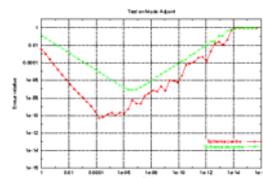


Figure 6: Validation de l'adjoint pour le flux de Lax-Wendroff

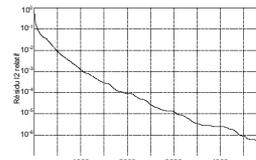


Figure 7: Courbe de convergence pour la résolution du problème adjoint (GMRES, préc. LDU incomplet) avec le flux de Lax-Wendroff et la traînée comme observation

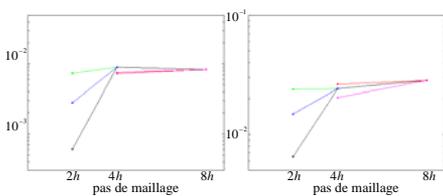


Figure 8: Estimation de la traînée et de la portance sans la correction (rouge et vert) et avec la correction (rose et bleu) pour une incidence de 1 degré et un nombre de Mach de 0.85

Adaptation de maillage pour la traînée

Cas test: rampe avec angle de 10°
Mach 1.6

Il existe une solution analytique.

Maillage grossier (M_H)

Résolution

- des équations d'Euler: W_H
- du problème adjoint pour l'observation d'intérêt: Ψ_H

interpolation

Maillage fin (M_h)

- solution W_h^H et adjoint Ψ_h^H
- calcul du paramètre d'adaptation en chaque nœud i :

$$P_h(i) = (\Psi_h^H)_i \cdot (R_h(W_h^H))_i$$

interpolation inverse

Maillage grossier (M_H)

- paramètre P_H
- test: $P_H(i) < \epsilon$

OUI → FIN

NON → Adaptation de maillage sur M_H

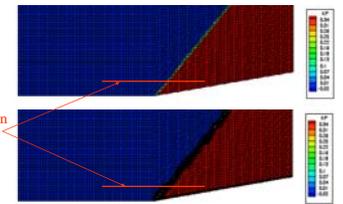


Figure 9: Solution sur les maillage initial (haut) et adapté (bas)

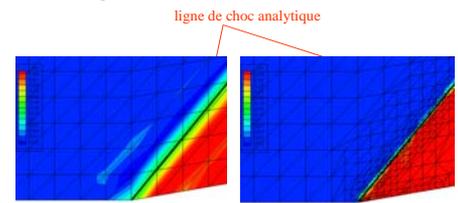


Figure 10: Ligne de choc sur les maillage initial (gauche) et adapté (droite)

ligne d'extraction de la pression

ligne de choc analytique

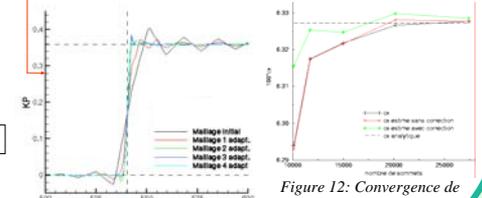


Figure 11: Extraction de la pression

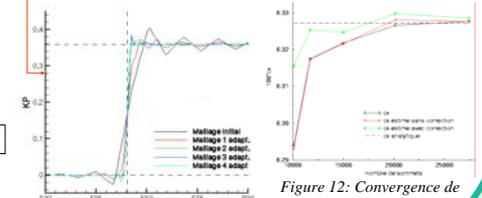


Figure 12: Convergence de la traînée au cours du processus d'adaptation