



Propagation aéroacoustique & Haute Performance

Pascal HAVÉ, Bruno DESPRÉS

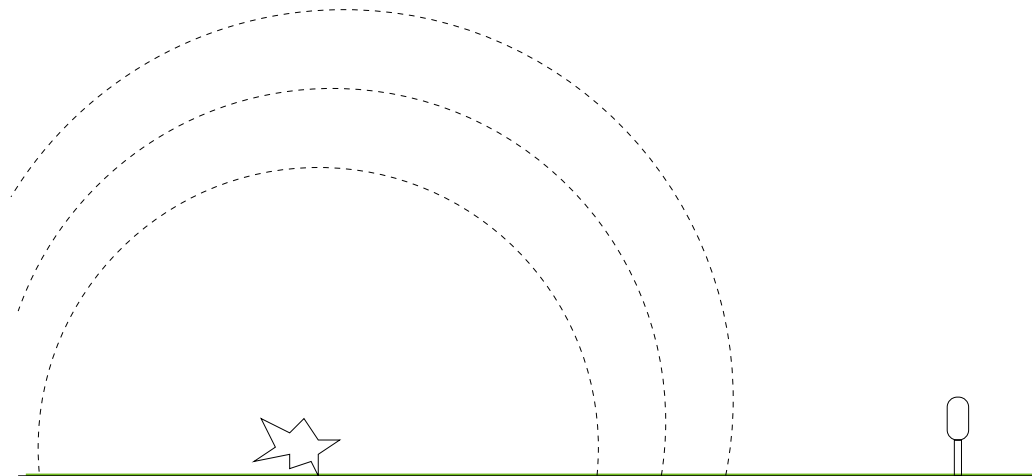
`prenom.nom@cea.fr`

CEA DAM/DIF

Motivations et Objectifs



- Propagation d'une onde dans l'atmosphère sur de longues distances,
- Équations d'Euler linéarisées (+ non linéarités),
- Méthode numérique type volumes finis
⇒ Combattre la diffusion numérique,
- HPC
⇒ TERA 10.



Modélisation acoustique

- Equation d'Euler 3D isentropique (lagrangien)

$$\begin{cases} \partial_t p + \rho c^2 \nabla \cdot \vec{u} = 0 \\ \partial_t \vec{u} + \frac{1}{\rho} \nabla p = 0 \end{cases}$$

$\rho(x)$, $c(x)$: densité et vitesse du son données.

Par diagonalisation du système :

réduction du problème à de l'advection linéaire 1D.

- Vents : advections

$$\begin{cases} \partial_t p + a \nabla p = 0 \\ \partial_t \vec{u} + a \nabla \vec{u} = 0 \end{cases}$$

Ordre élevé par Cauchy-Kowalewski

Advection à vitesse constante

$$\partial_t u + \partial_x f(u) = 0, \quad f(u) = au, \quad a > 0$$

⇒

$$\partial_t^i u = (-a)^i \partial_x^i u, \quad 0 \leq i \leq n.$$

UpWind:

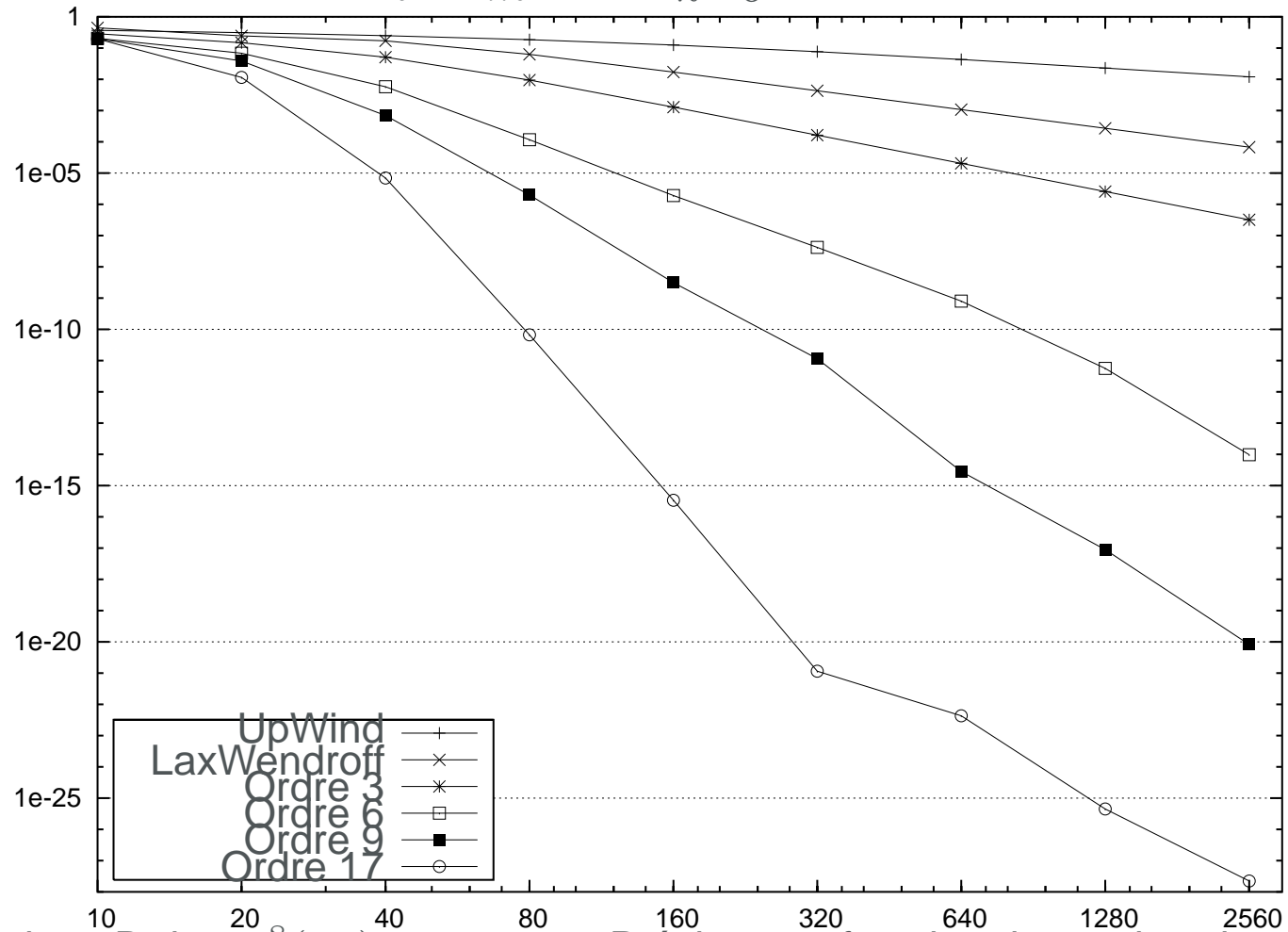
$$u_j^{n+1} = u_j^n - \left(F_{j+\frac{1}{2},n}^1 - F_{j-\frac{1}{2},n}^1 \right)$$

avec $F_{j+\frac{1}{2},n}^1 = \nu f(u_j^n)$ où $\nu = \frac{\Delta t}{\Delta x}$.

Ordre élevé par Cauchy-Kowalewski

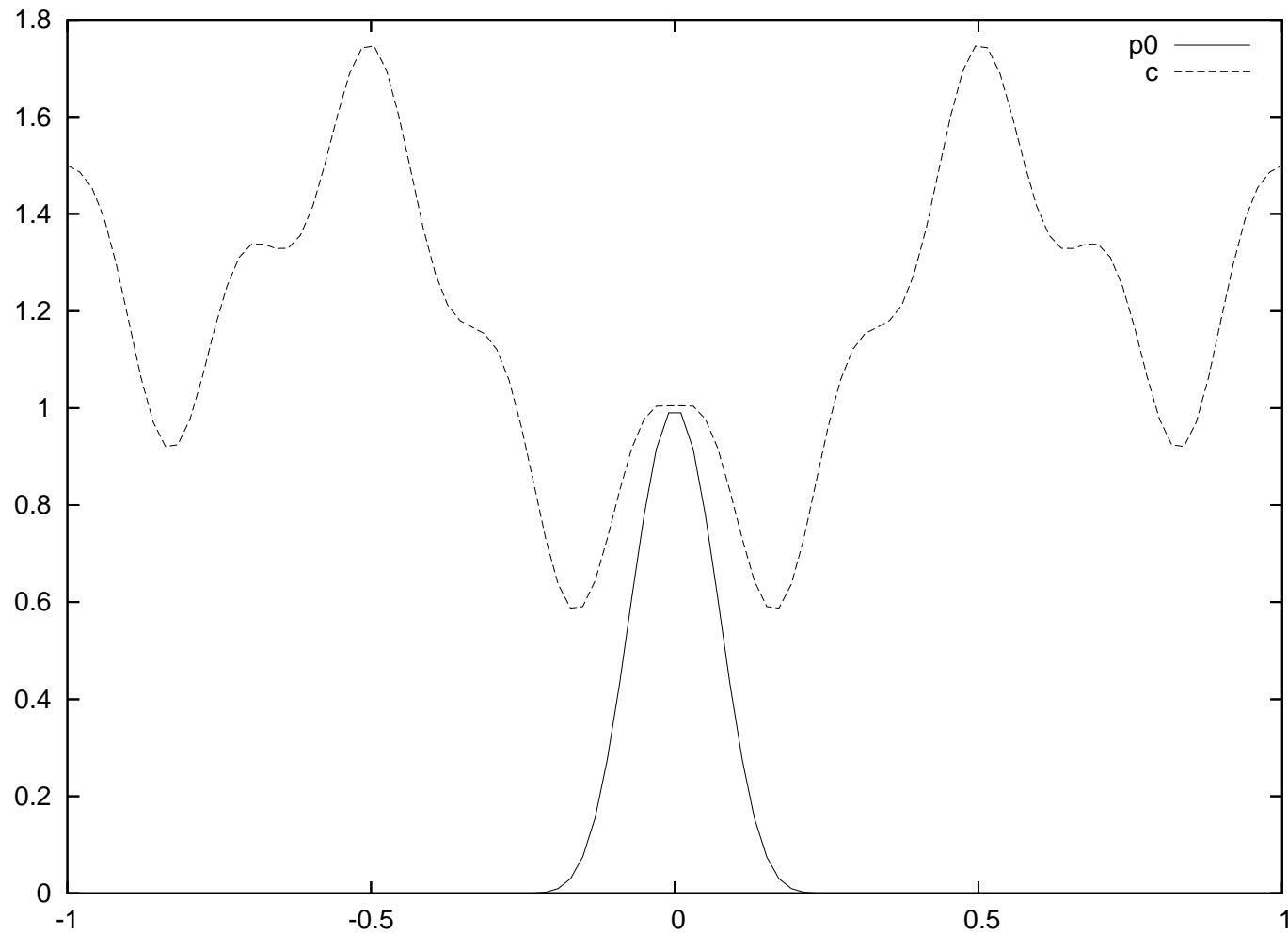
Schéma d'ordre arbitraire: $(m = E(\frac{N}{2}) \text{ et } M = E(\frac{N-1}{2}))$

$$F_{j+\frac{1}{2},n}^N = F_{j+\frac{1}{2},n}^{N-1} + \frac{1}{N!} \prod_{i=-m}^M (\nu+i) \sum_{k=0}^{N-1} (-1)^{N+k+1} \binom{N-1}{k} u_{j+m-k}^n$$



Advection 1D de $\sin^8(\pi x)$ sur un tour. Précision en fonction du nombre de points.

Ondes et coefficients non uniformes



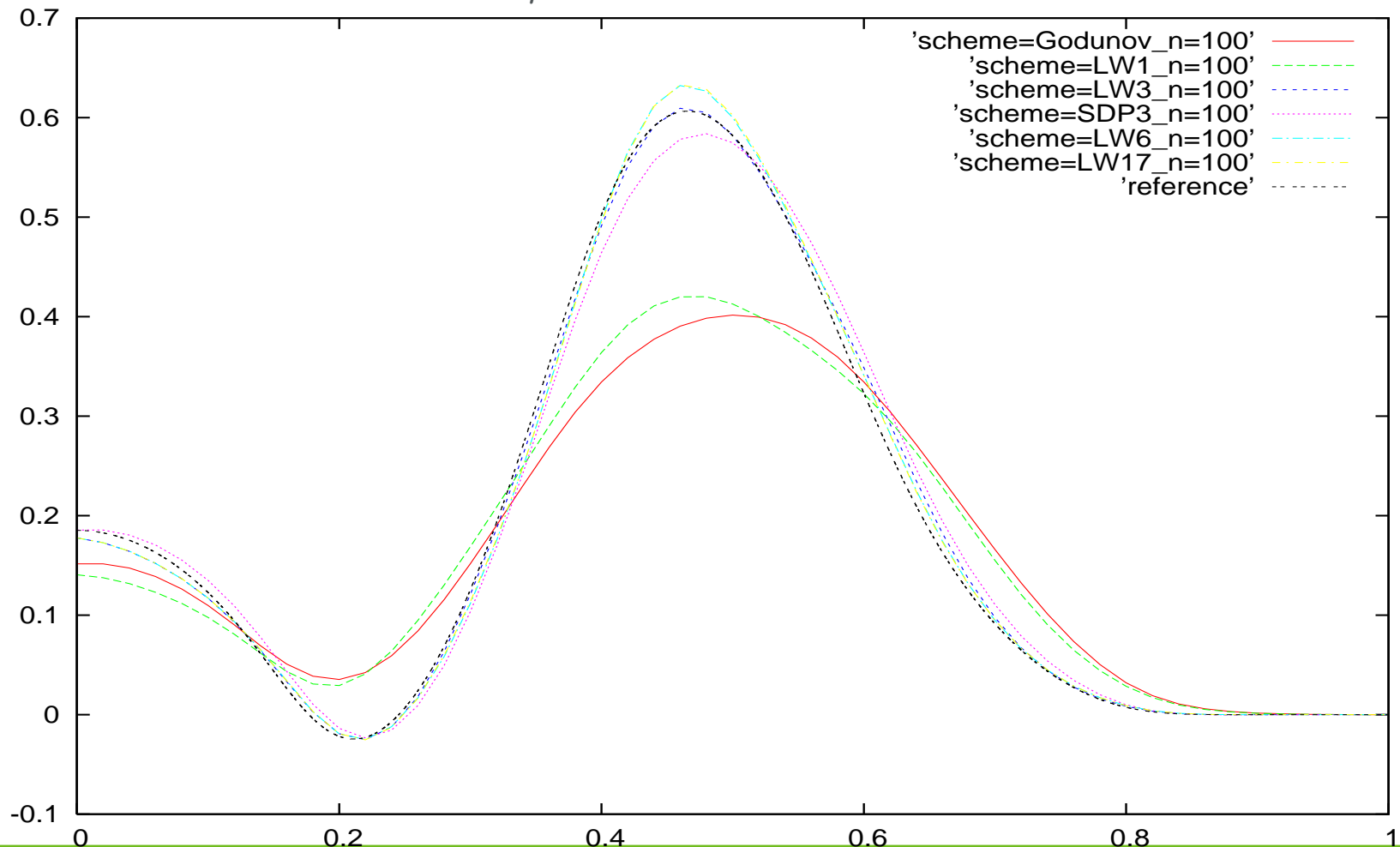
⇒ Equation non-conservative

Ondes et coefficients non uniformes

1. $w_{\pm} = p \pm \rho c u$

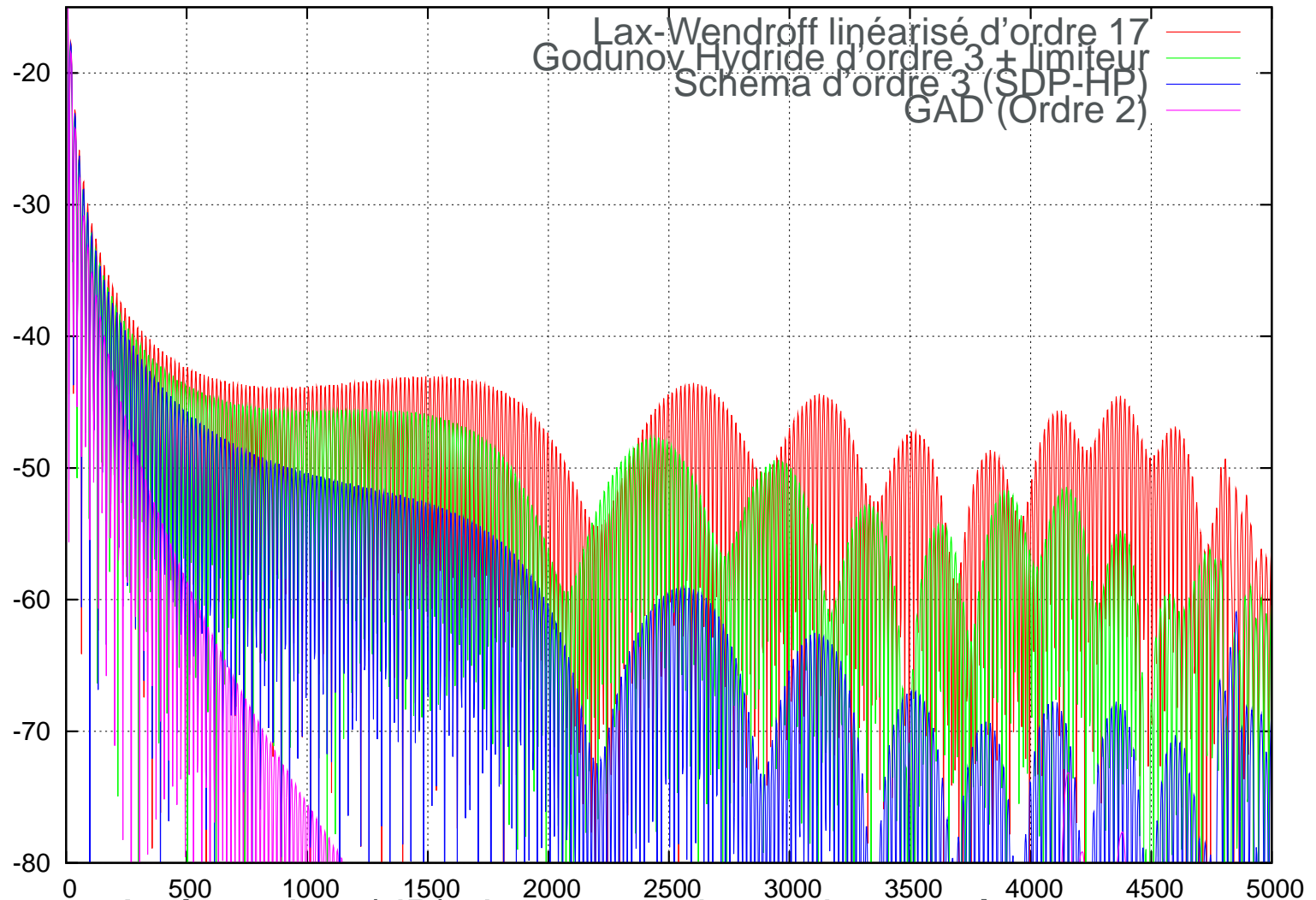
2. $\frac{\tilde{w}_{\pm}}{c_{\pm}}$: flux LWn d'advection de $\frac{w_{\pm}}{c_{\pm}}$ à vitesse c_{\pm}

3. $\tilde{p} = \frac{\tilde{w}_{+} + \tilde{w}_{-}}{2}$, $\tilde{u} = \frac{\tilde{w}_{+} - \tilde{w}_{-}}{2\rho c}$



Ondes et coefficients non uniformes

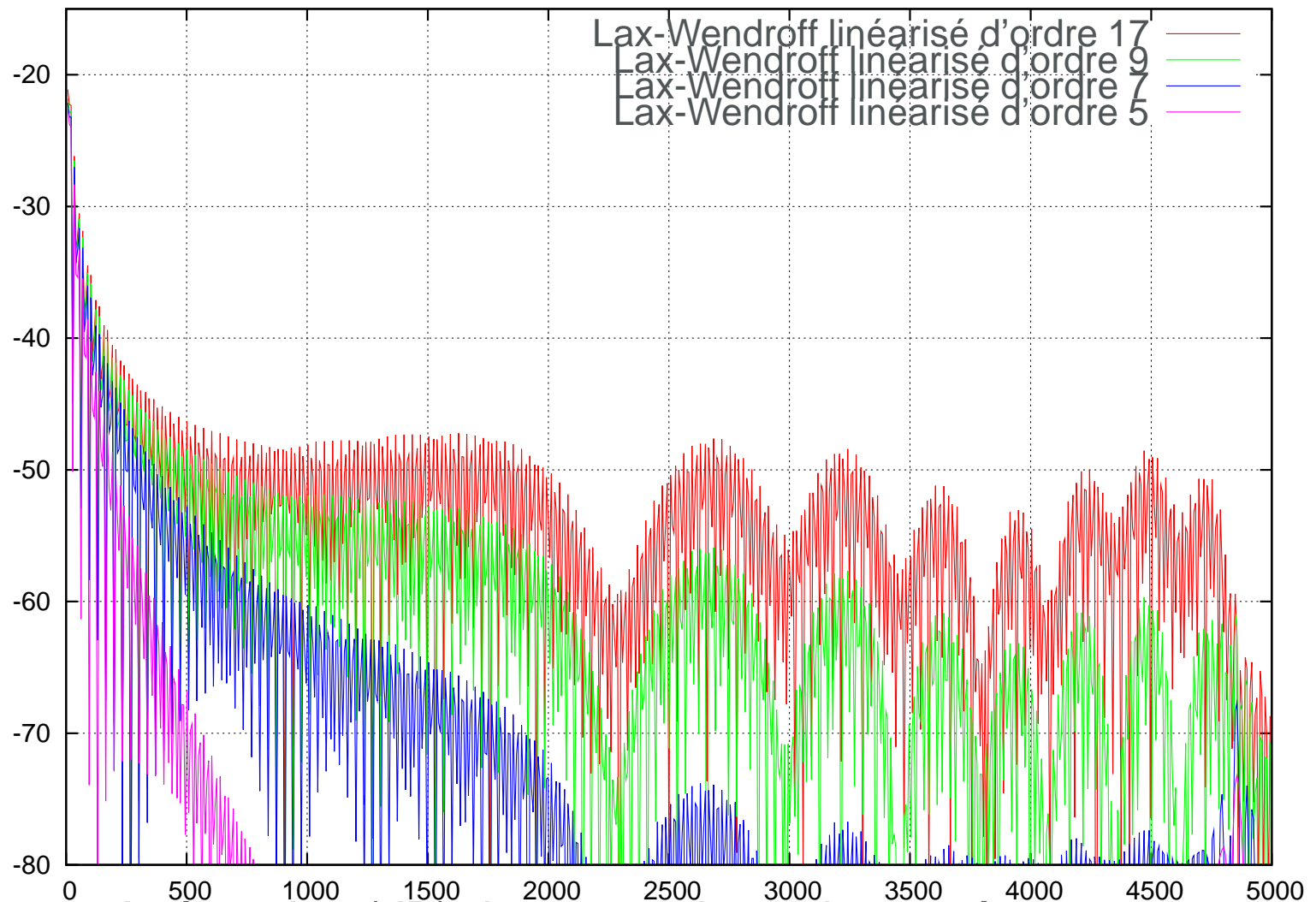
De l'efficacité de l'ordre élevé sur la propagation à longues distances
($c(y) = c_0 + 0.1y$, source à 10Hz)



Atténuation (dB) de la pression suivant x à $y = 1m$.
(15pts/ λ , 4M mailles, < 680s \times 16CPU, calcul rectifié 3D)

Ondes et coefficients non uniformes

De l'efficacité de l'ordre élevé sur la propagation à longues distances
($c(y) = c_0 + 0.1y$, source à 10Hz)



Atténuation (dB) de la pression suivant x à $y = 1m$.
(5pts/ λ , 400K mailles, $< 400s \times 1CPU$, calcul rectifié 3D)

Modèle faiblement non-linéaire

Euler isentropique + vent \vec{u}_0 :

$$\begin{cases} \partial_t \vec{u} + (\nabla \vec{u}) \vec{u}_0 + \frac{1}{\rho_0} \nabla \left(p + \rho_0 \frac{|\vec{u}|^2}{2} + \frac{\gamma-2}{2} \frac{p^2}{\rho_0 c_0^2} \right) = 0 \\ \partial_t p + (\nabla p) \cdot \vec{u}_0 + \nabla \cdot (\rho_0 c_0^2 \vec{u} + \vec{u} p) = 0 \end{cases}$$

Résolution:

1. Invariants de Riemann :

$$\{ \partial_t w^\pm \pm c_0 \partial_x w^\pm + \partial_x C^\pm = 0$$

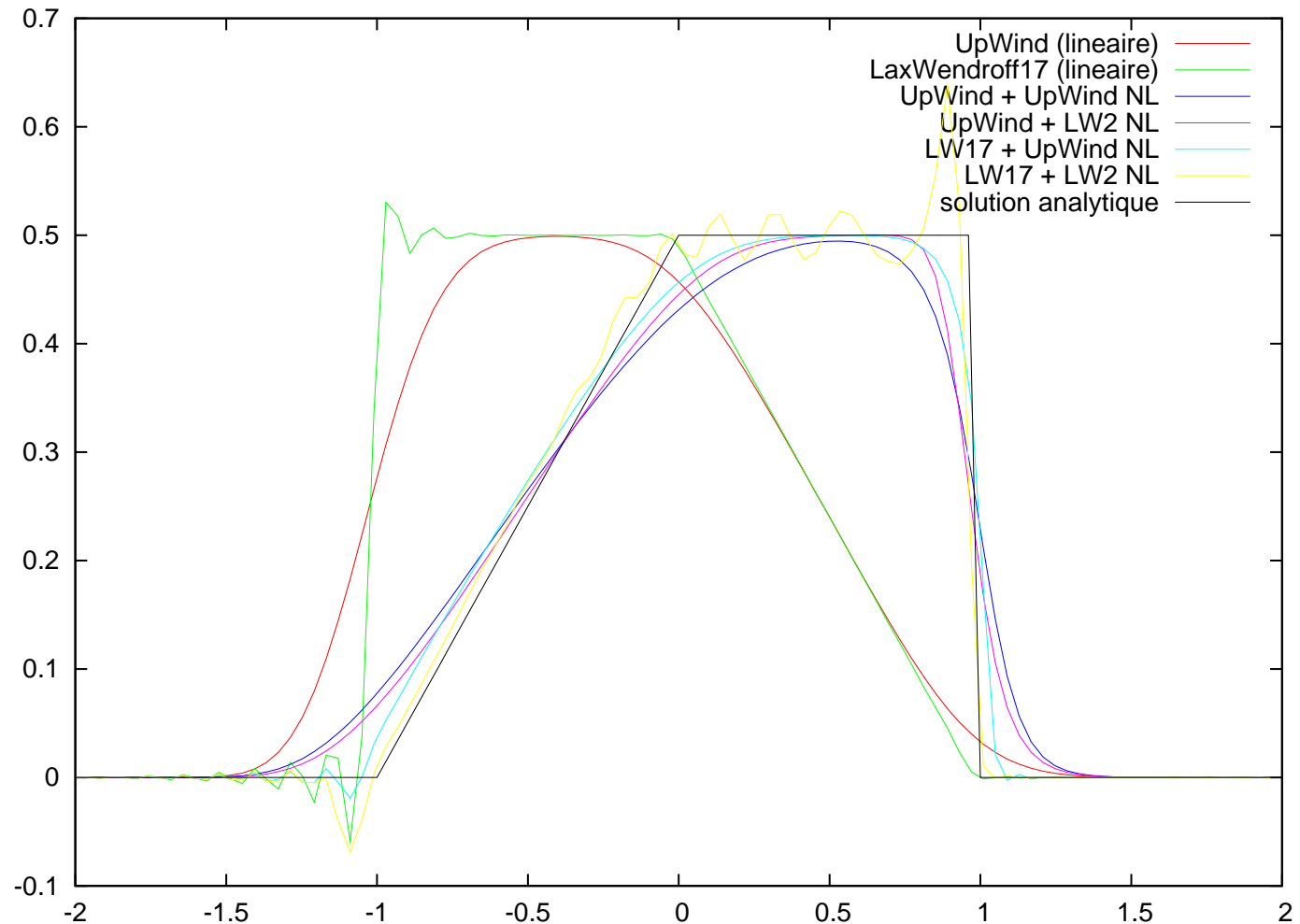
avec $w^\pm = p \pm \rho_0 c_0 u$ et $C^\pm = up \pm \rho_0 c_0 \left(\frac{u^2}{2} \pm \frac{\gamma-2}{2} \frac{p^2}{\rho_0 c_0^2} \right)$.

2. $\partial_t w^\pm \pm c_0 \partial_x w^\pm = 0$

3. $\partial_t w^\pm + \partial_x C^\pm = 0$

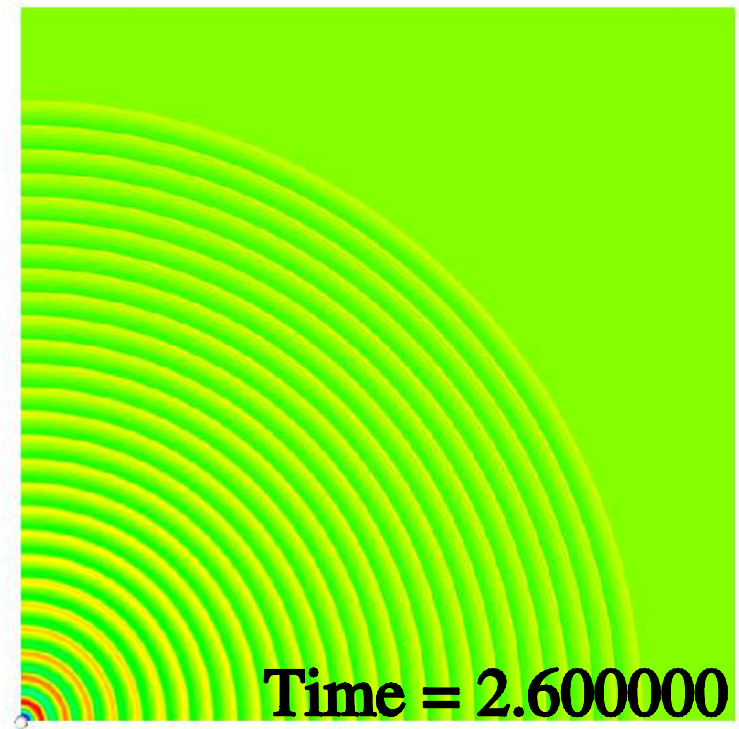
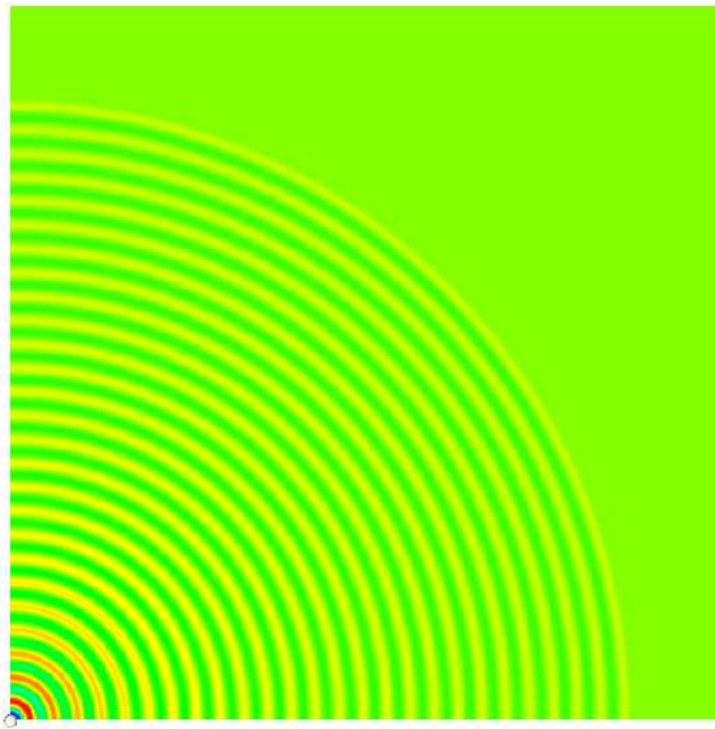
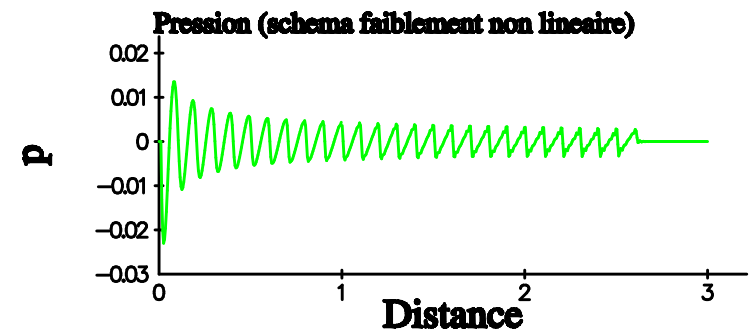
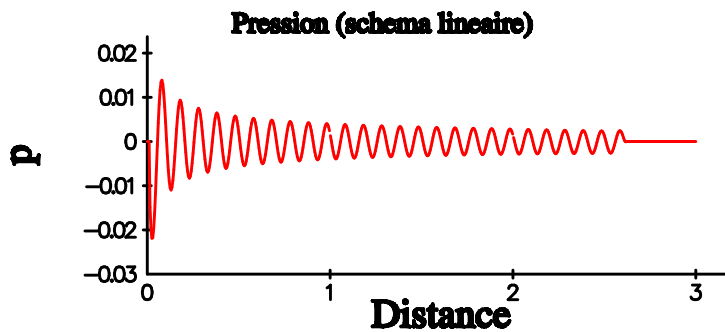
Modèle faiblement non-linéaire (1D)

Propagation de $w_{t=0} = \frac{1}{2} \min(1, -x \cdot \mathbf{1}_{[-2,0]})$ à $t = 1$
suivant $\partial_t w + \partial_x \left(w + \frac{w^2}{2} \right) = 0$

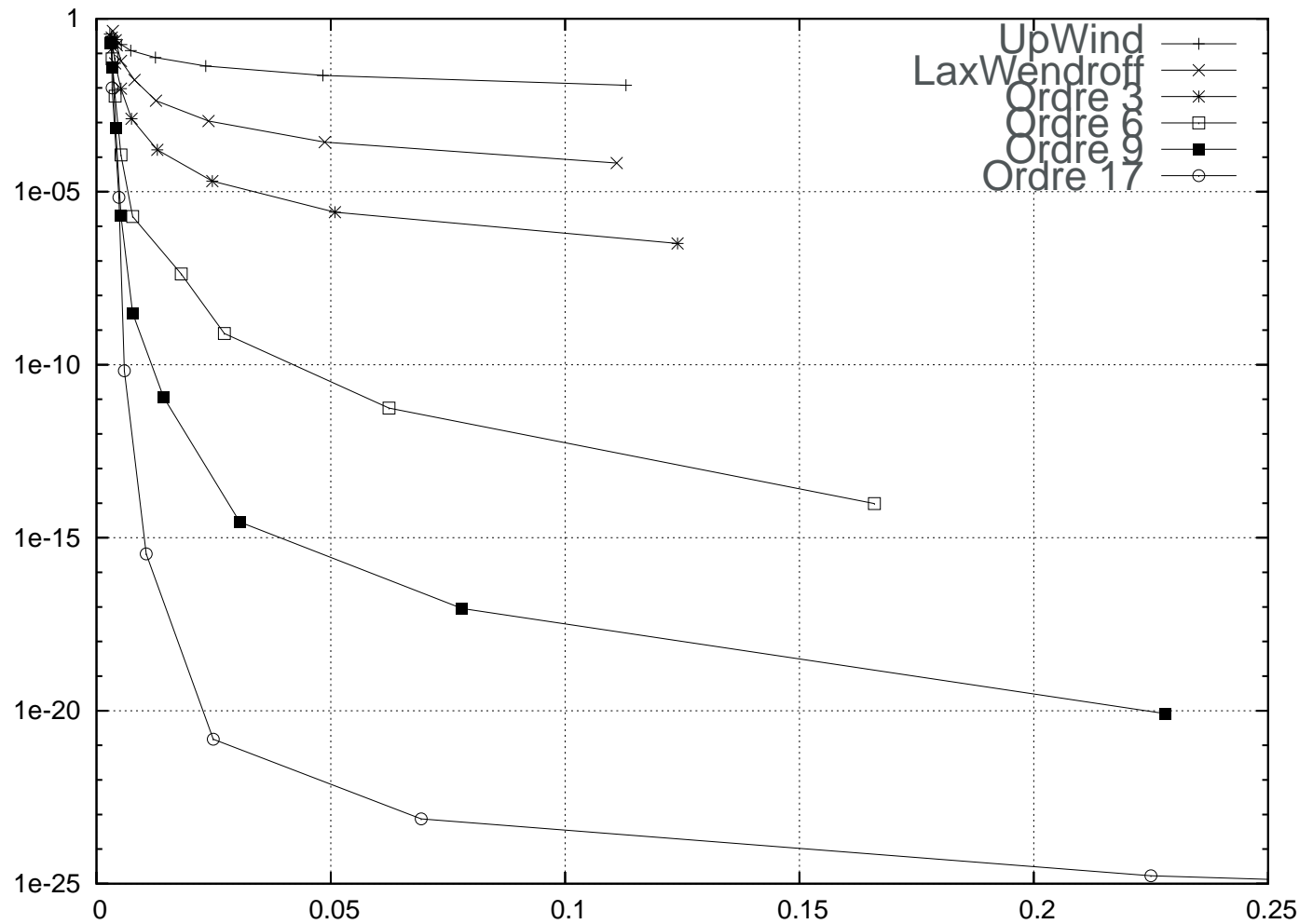


Modèle faiblement non-linéaire (2D)

Propagation d'un signal entretenu dans un domaine homogène.



Performances et schémas numériques



Advection 1D de $\sin^8(\pi x)$ sur un tour.
Précision en fonction du temps CPU.

Performances et schémas numériques

Coût (temps) d'une méthode numérique :

$$a \cdot n^{\text{opérations}} + \sum_i b_i \cdot n_i^{\text{accès mémoire}} \text{ avec } a \ll b_i$$

⇒ Itérer plus est beaucoup moins « rentable » que travailler plus (localement).

Estimations sur Itanium2 1.3GHz (Ondes 2D).

	#flops	$\mu\text{s}/\text{maille}$	$\text{Mf} \cdot \text{s}^{-1}$
LaxWendroff 17	1336	0.427	2480
LaxWendroff 9	432	0.242	1830
LaxWendroff 2	56	0.110	960
LaxWendroff 1	40	0.080	1040
Ordre 3 (SDP-HP)	950	0.342	2340
GAD (Ordre 2)	116	0.15	900
Godunov (UpWind)	46	0.080	1100

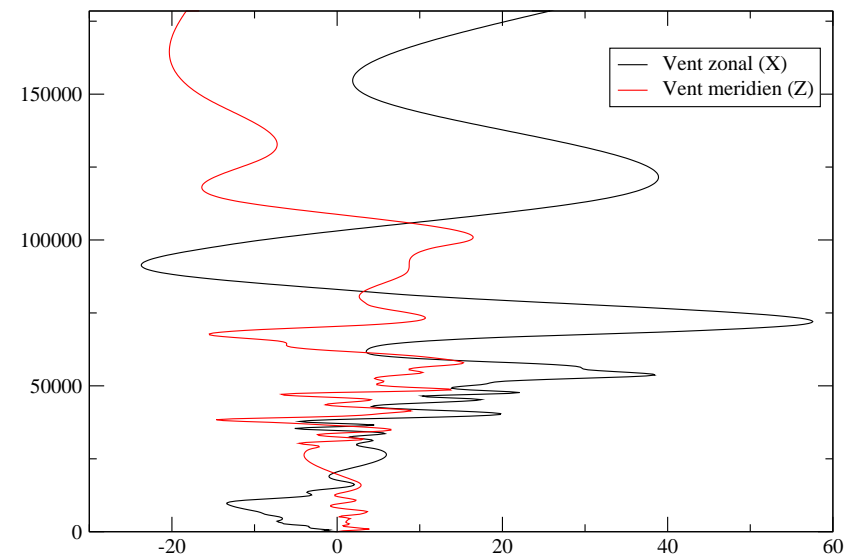
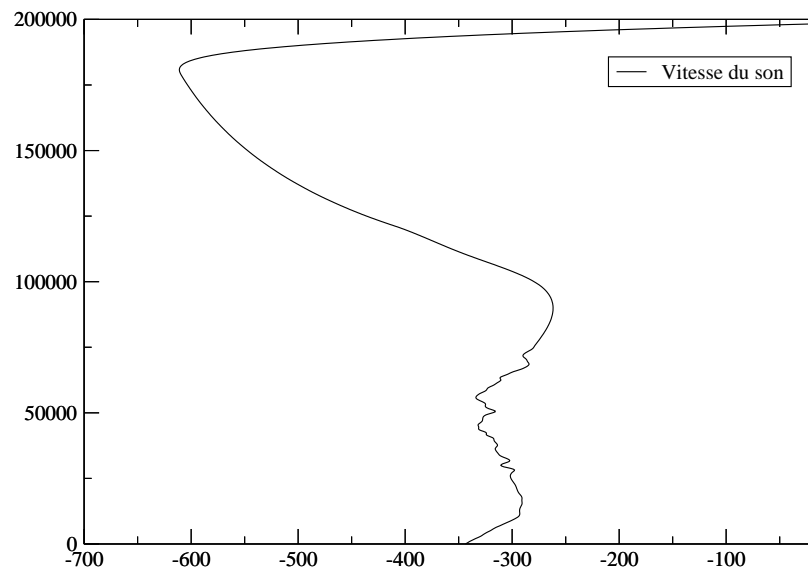
Scheduler numérique

Une vision globale (exécution statique) :

- Prédiction des évènements
- Détection des dépendances:
pas de temps, aliasing, variables *locales*...
- Gestion de la mémoire:
Optimisation lecture/écriture, transparence, système multi-vue, multi-stockage...
- Fusion de boucles:
Splitting, maximiser la localité mémoire
- Modélisation numérique simplifiée:
Optimisation à l'exécution.

Grand Challenge : Misty Picture 3D

- Expérience réalisée en 1987
- Données météo
- Capteurs sur 1000km
- Comprendre les phénomènes dominants
- Simulation directe vs méthodes asymptotiques



Vitesses (m.s⁻¹) en fonction de l'altitude (m).

MP3D Discrétisation

- Domaine de calcul : $571\lambda \times 57\lambda \times 571\lambda$ (λ au sol)
- 8 mailles par $\lambda \Rightarrow 4568 \times 456 \times 4568$ mailles soit 9 523 512 576 mailles (+ mailles fantômes)
- Schémas numériques de type Lax-Wendroff généralisé à l'ordre 17 (9 mailles fantômes)
- Splitting directionnel de type XYZ
 \Rightarrow si ordre ∞ , propagation suivant $\vec{k} = (\alpha, \beta)k$
Dispersion: $\frac{\omega}{ck} = 1 - \frac{\alpha^2\beta^2}{24}(ck\Delta t)^2 + O(ck\Delta t)^4$
- Splitting d'opérateurs ondes/vent

MP3D Configuration informatique

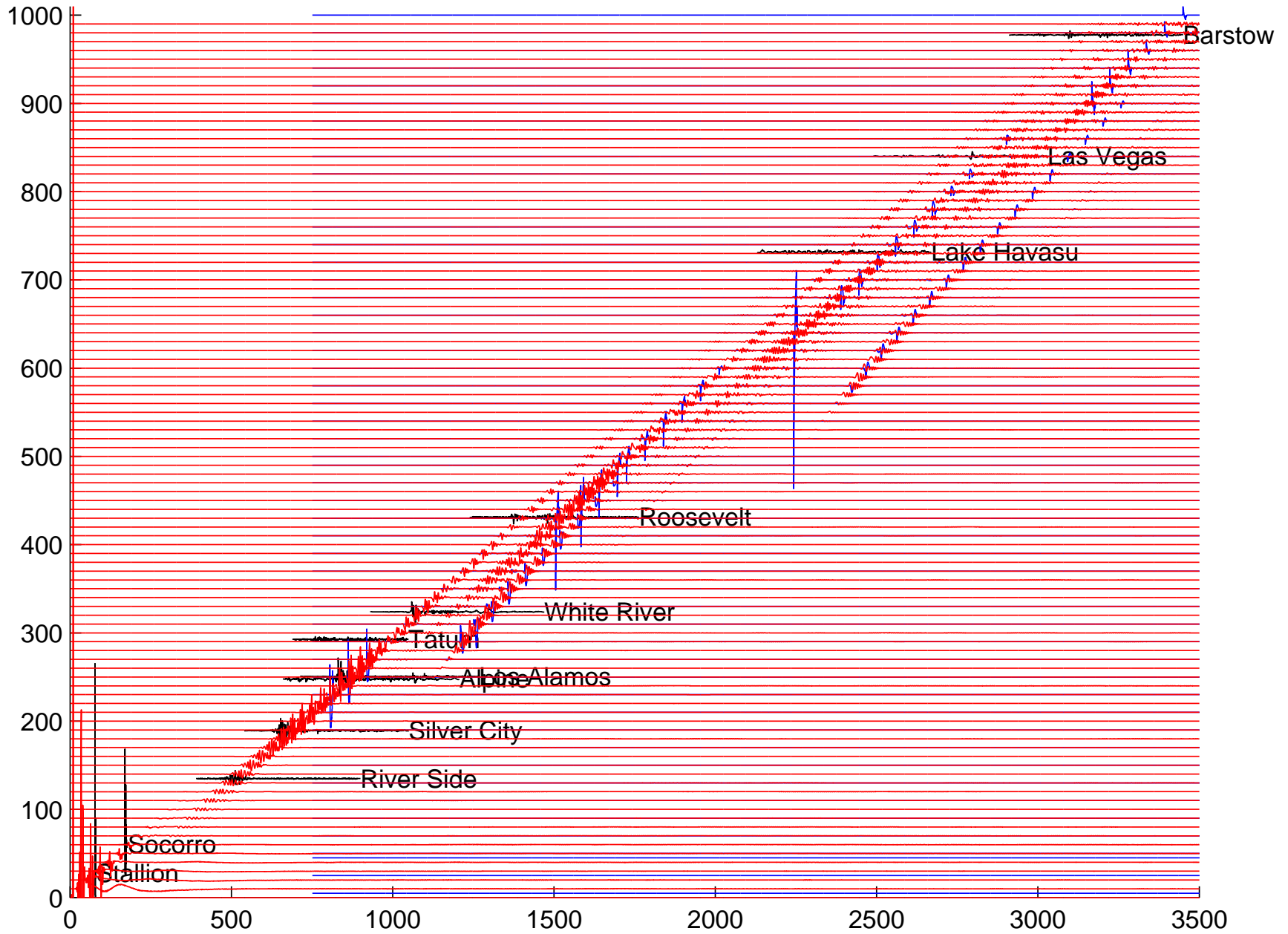
- 384 processeurs ItaniumII 1.6GHz / MPI Quadrix
 - Optimisation “mémoire”
(consommation par processeur : >2.5Go/3Go)
 - Organisation des sous-domaines de type “Hilbert”
-

- 4971 itérations en 64.75h+15h
- 5To de résultats
- 870 Gflops : 2.26 Gflops / proc (hors I/O)

Extensibilité :

- 5.8 Tflops sur 1934 procs : 10.5h
- 11.7 Tflops sur 4096 CPUs

MP3D Comparaisons capteurs



MP3D Vue générale 3D

