



---

# Propagation aéroacoustique & Haute Performance

Pascal HAVÉ, Bruno DESPRÉS

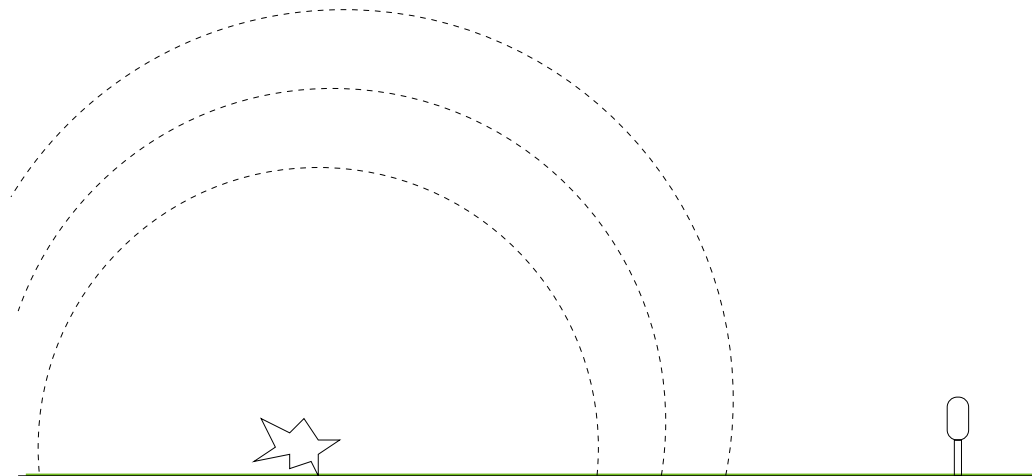
`prenom.nom@cea.fr`

CEA DAM/DIF

# Motivations et Objectifs

---

- Propagation d'une onde dans l'atmosphère sur de longues distances,
- Équations d'Euler linéarisées (+ non linéarités),
- Méthode numérique type volumes finis  
⇒ Combattre la diffusion numérique,
- HPC  
⇒ TERA 10.



# Modélisation acoustique

- Equation d'Euler 3D isentropique (lagrangien)

$$\begin{cases} \partial_t p + \rho c^2 \nabla \cdot \vec{u} = 0 \\ \partial_t \vec{u} + \frac{1}{\rho} \nabla p = 0 \end{cases}$$

$\rho(x)$ ,  $c(x)$  : densité et vitesse du son données.

Par diagonalisation du système :

réduction du problème à de l'advection linéaire 1D.

- Vents : advections

$$\begin{cases} \partial_t p + a \nabla p = 0 \\ \partial_t \vec{u} + a \nabla \vec{u} = 0 \end{cases}$$

# Ordre élevé par Cauchy-Kowalewski

Advection à vitesse constante

$$\partial_t u + \partial_x f(u) = 0, \quad f(u) = au, \quad a > 0$$

⇒

$$\partial_t^i u = (-a)^i \partial_x^i u, \quad 0 \leq i \leq n.$$

UpWind:

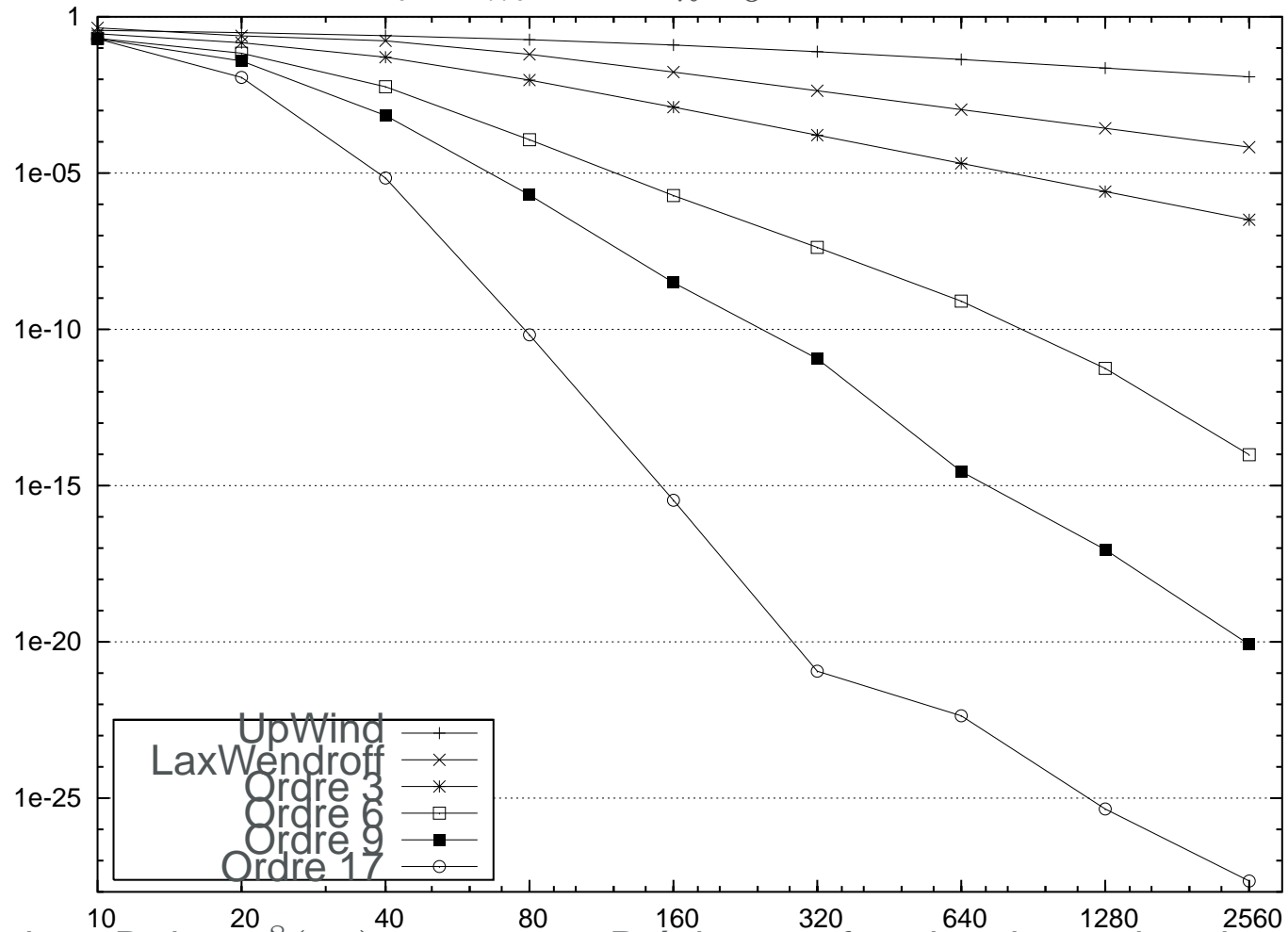
$$u_j^{n+1} = u_j^n - \left( F_{j+\frac{1}{2},n}^1 - F_{j-\frac{1}{2},n}^1 \right)$$

avec  $F_{j+\frac{1}{2},n}^1 = \nu f(u_j^n)$  où  $\nu = \frac{\Delta t}{\Delta x}$ .

# Ordre élevé par Cauchy-Kowalewski

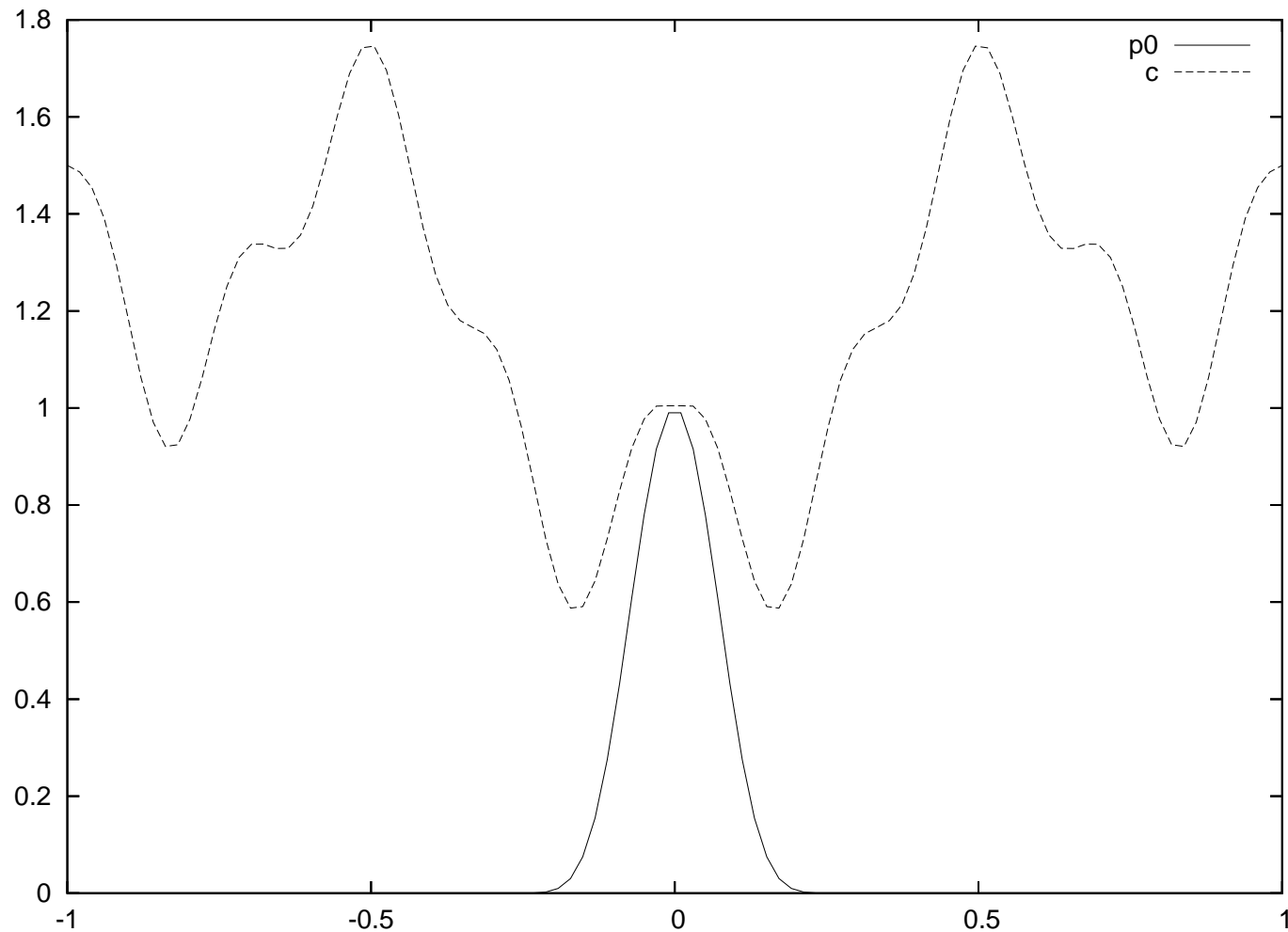
Schéma d'ordre arbitraire:  $(m = E(\frac{N}{2}) \text{ et } M = E(\frac{N-1}{2}))$

$$F_{j+\frac{1}{2},n}^N = F_{j+\frac{1}{2},n}^{N-1} + \frac{1}{N!} \prod_{i=-m}^M (\nu+i) \sum_{k=0}^{N-1} (-1)^{N+k+1} \binom{N-1}{k} u_{j+m-k}^n$$



Advection 1D de  $\sin^8(\pi x)$  sur un tour. Précision en fonction du nombre de points.

# Ondes et coefficients non uniformes



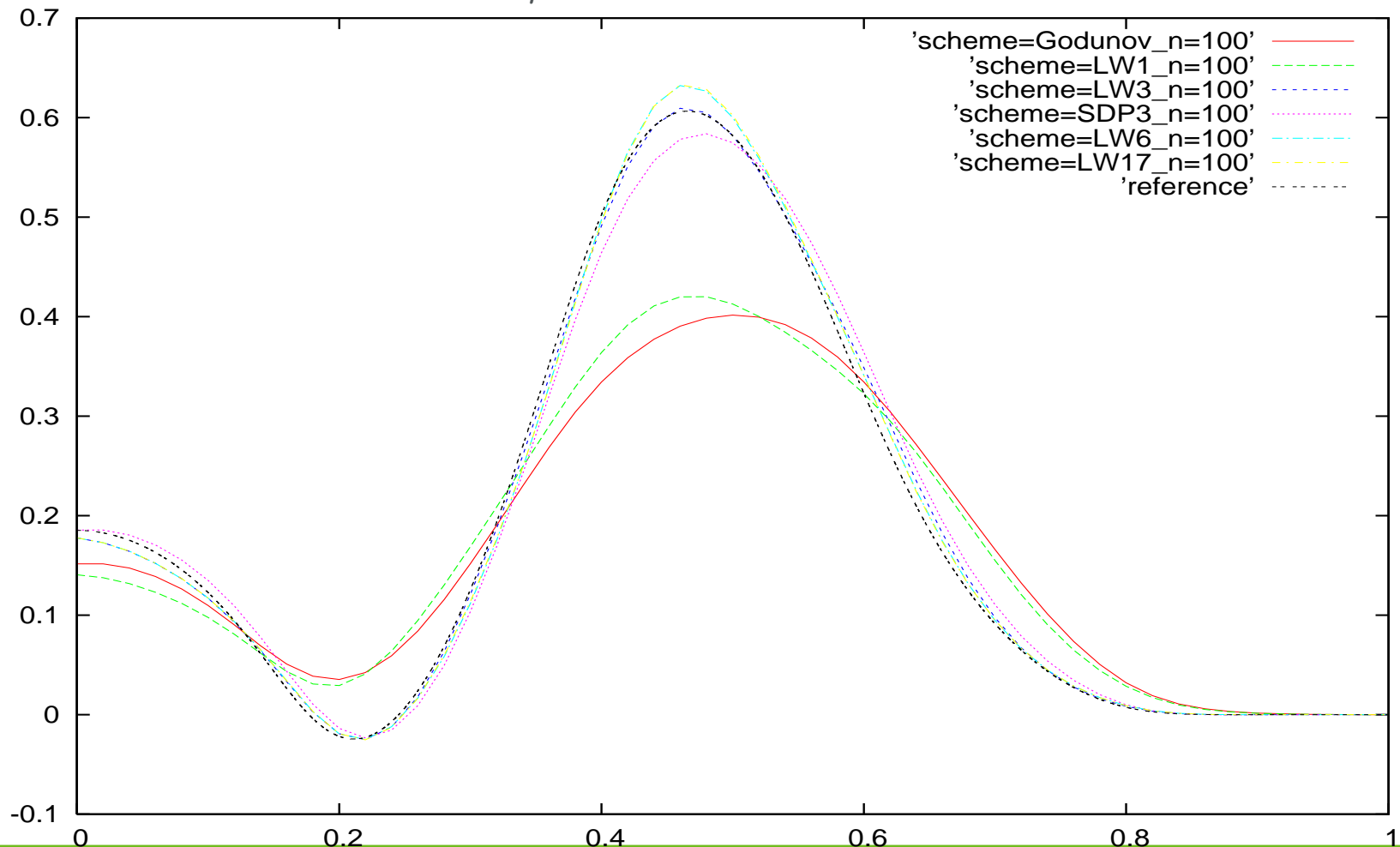
⇒ Equation non-conservative

# Ondes et coefficients non uniformes

1.  $w_{\pm} = p \pm \rho c u$

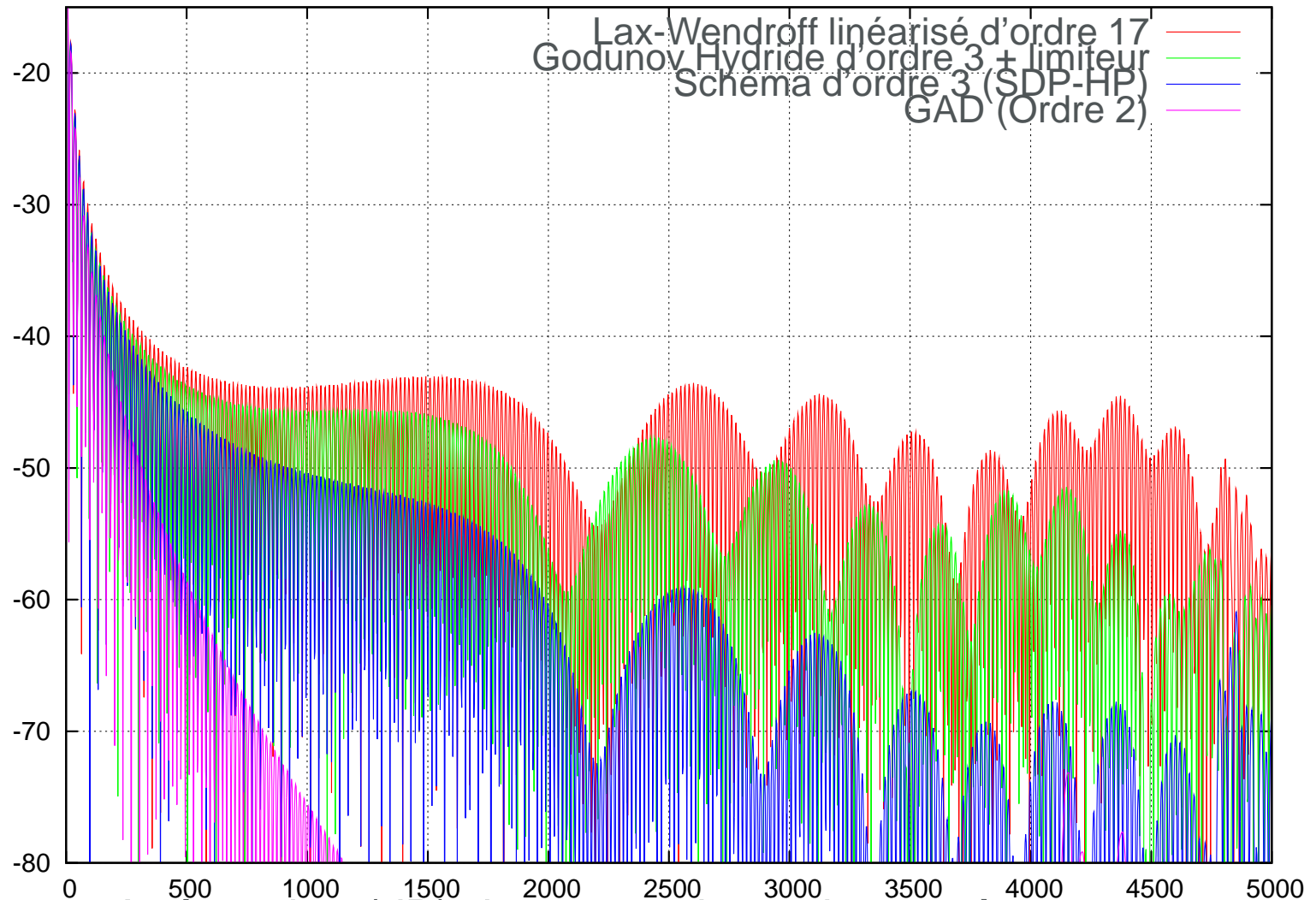
2.  $\frac{\tilde{w}_{\pm}}{c_{\pm}}$  : flux LWn d'advection de  $\frac{w_{\pm}}{c_{\pm}}$  à vitesse  $c_{\pm}$

3.  $\tilde{p} = \frac{\tilde{w}_{+} + \tilde{w}_{-}}{2}$ ,  $\tilde{u} = \frac{\tilde{w}_{+} - \tilde{w}_{-}}{2\rho c}$



# Ondes et coefficients non uniformes

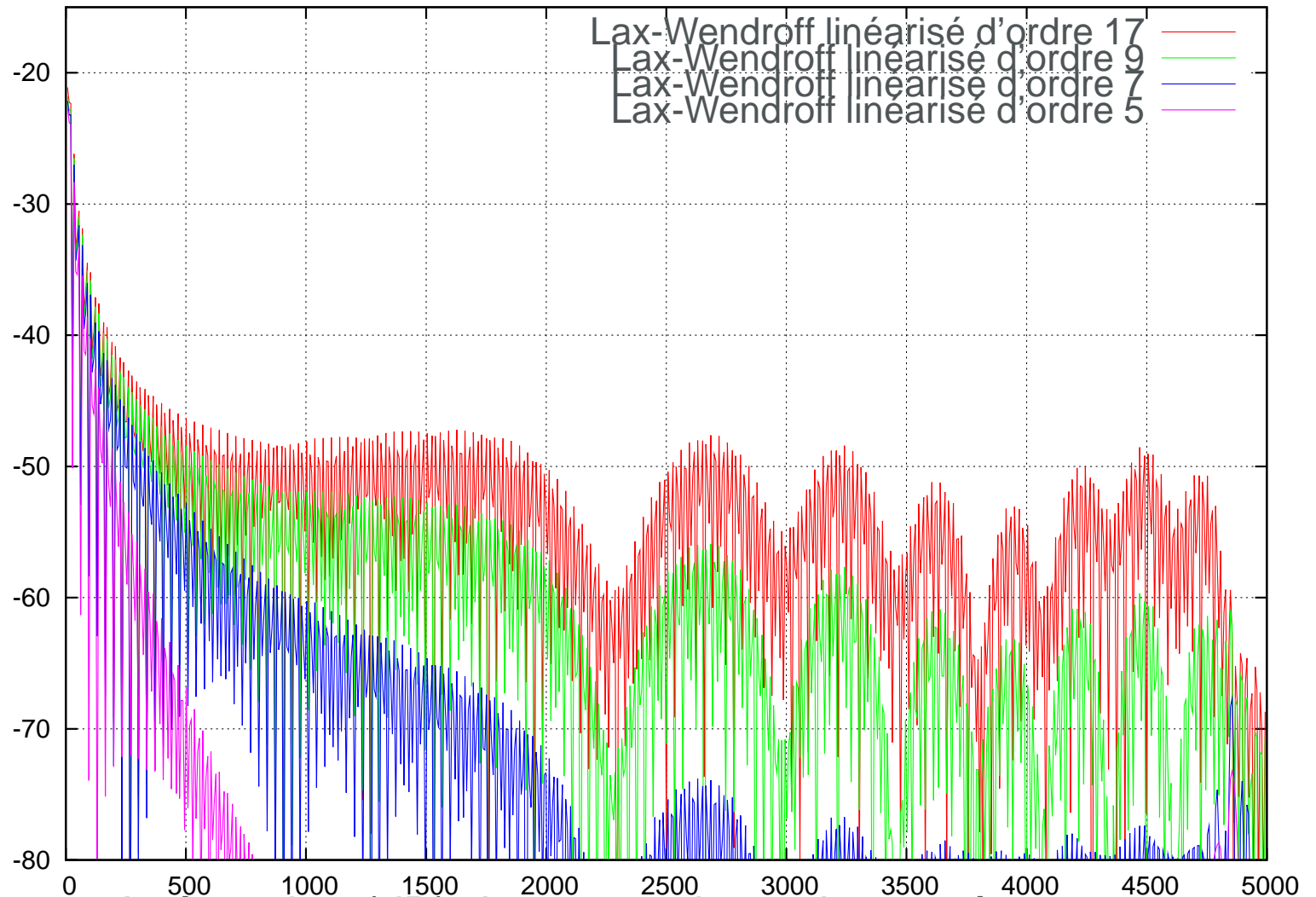
De l'efficacité de l'ordre élevé sur la propagation à longues distances  $(c(y) = c_0 + 0.1y, \text{ source à } 10\text{Hz})$



Atténuation (dB) de la pression suivant  $x$  à  $y = 1m$ .  
(15pts/ $\lambda$ , 4M mailles,  $< 680s \times 16CPU$ , calcul rectifié 3D)

# Ondes et coefficients non uniformes

De l'efficacité de l'ordre élevé sur la propagation à longues distances  
( $c(y) = c_0 + 0.1y$ , source à 10Hz)



Atténuation (dB) de la pression suivant  $x$  à  $y = 1m$ .  
(5pts/ $\lambda$ , 400K mailles,  $< 400s \times 1CPU$ , calcul rectifié 3D)

# Modèle faiblement non-linéaire

Euler isentropique + vent  $\vec{u}_0$  :

$$\begin{cases} \partial_t \vec{u} + (\nabla \vec{u}) \vec{u}_0 + \frac{1}{\rho_0} \nabla \left( p + \rho_0 \frac{|\vec{u}|^2}{2} + \frac{\gamma-2}{2} \frac{p^2}{\rho_0 c_0^2} \right) = 0 \\ \partial_t p + (\nabla p) \cdot \vec{u}_0 + \nabla \cdot (\rho_0 c_0^2 \vec{u} + \vec{u} p) = 0 \end{cases}$$

Résolution:

1. Invariants de Riemann :

$$\{ \partial_t w^\pm \pm c_0 \partial_x w^\pm + \partial_x C^\pm = 0$$

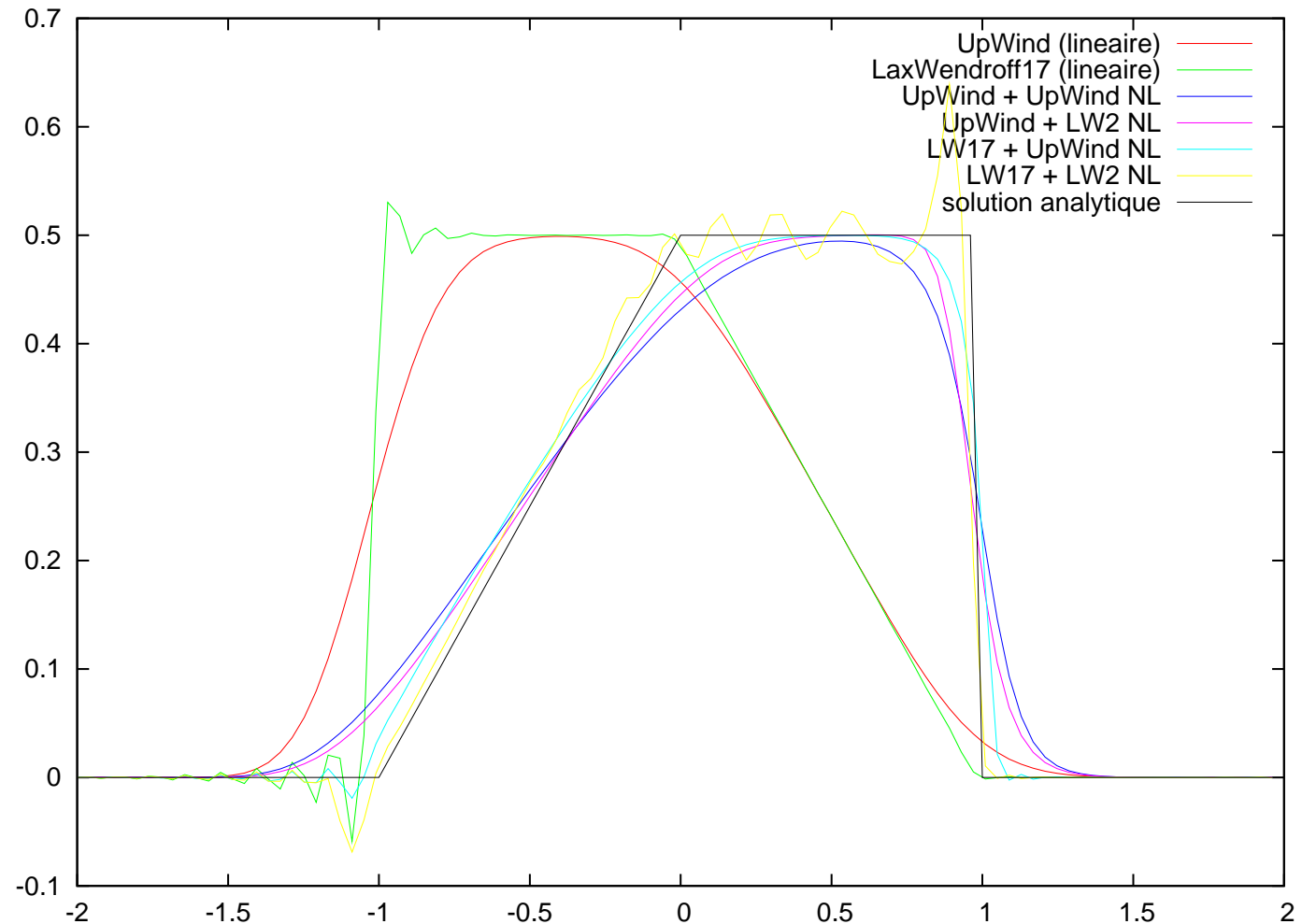
avec  $w^\pm = p \pm \rho_0 c_0 u$  et  $C^\pm = up \pm \rho_0 c_0 \left( \frac{u^2}{2} \pm \frac{\gamma-2}{2} \frac{p^2}{\rho_0 c_0^2} \right)$ .

2.  $\partial_t w^\pm \pm c_0 \partial_x w^\pm = 0$

3.  $\partial_t w^\pm + \partial_x C^\pm = 0$

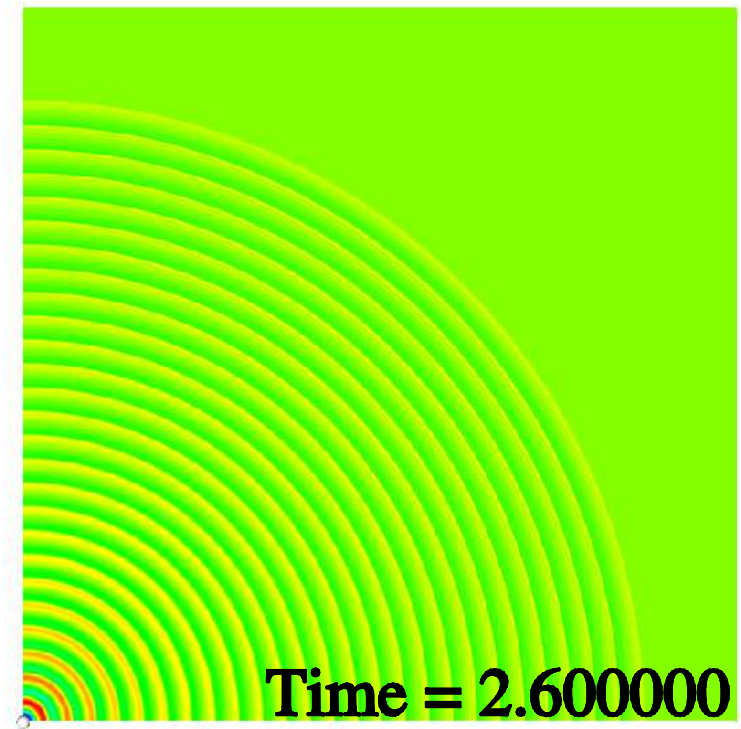
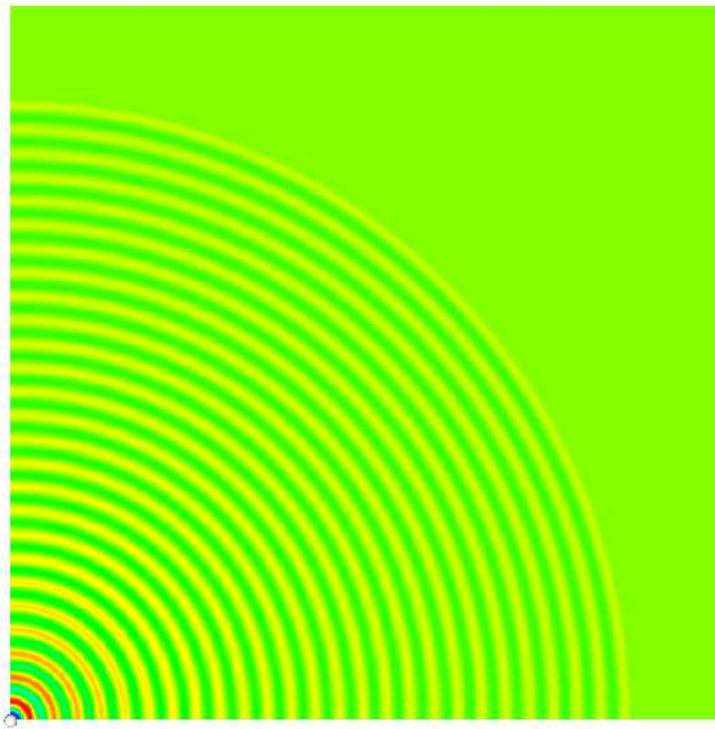
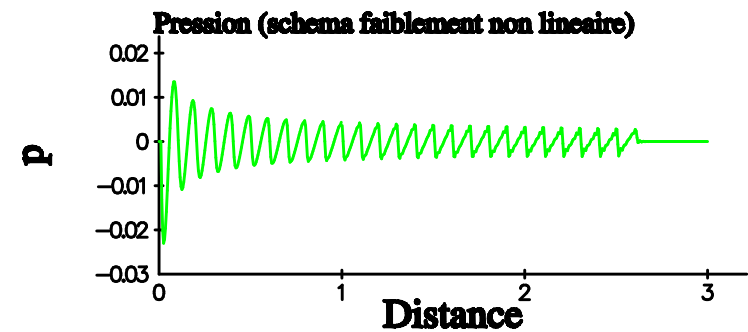
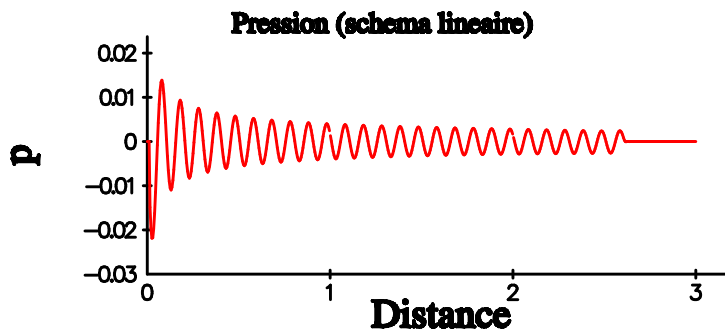
# Modèle faiblement non-linéaire (1D)

Propagation de  $w_{t=0} = \frac{1}{2} \min(1, -x \cdot \mathbf{1}_{[-2,0]})$  à  $t = 1$   
suivant  $\partial_t w + \partial_x \left( w + \frac{w^2}{2} \right) = 0$

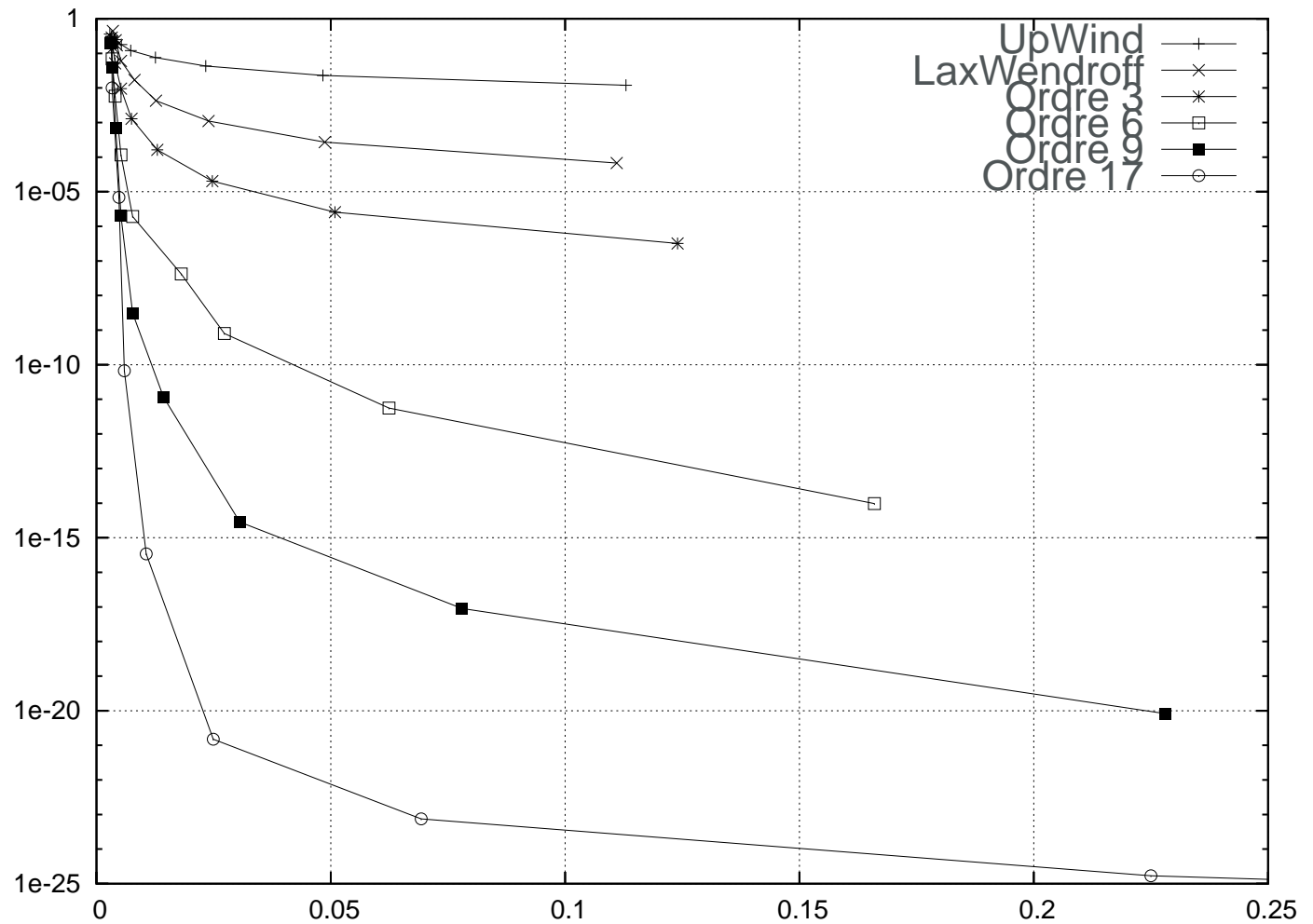


# Modèle faiblement non-linéaire (2D)

Propagation d'un signal entretenu dans un domaine homogène.



# Performances et schémas numériques



Advection 1D de  $\sin^8(\pi x)$  sur un tour.  
Précision en fonction du temps CPU.

# Performances et schémas numériques

Coût (temps) d'une méthode numérique :

$$a \cdot n^{\text{opérations}} + \sum_i b_i \cdot n_i^{\text{accès mémoire}} \text{ avec } a \ll b_i$$

⇒ Itérer plus est beaucoup moins « rentable » que travailler plus (localement).

*Estimations sur Itanium2 1.3GHz (Ondes 2D).*

	#flops	$\mu\text{s}/\text{maille}$	$\text{Mf} \cdot \text{s}^{-1}$
LaxWendroff 17	1336	0.427	2480
LaxWendroff 9	432	0.242	1830
LaxWendroff 2	56	0.110	960
LaxWendroff 1	40	0.080	1040
Ordre 3 (SDP-HP)	950	0.342	2340
GAD (Ordre 2)	116	0.15	900
Godunov (UpWind)	46	0.080	1100

# Scheduler numérique

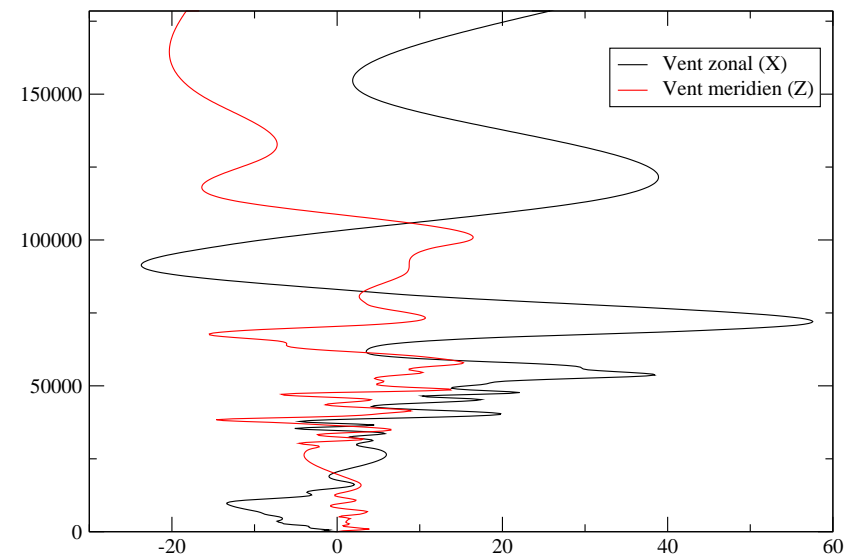
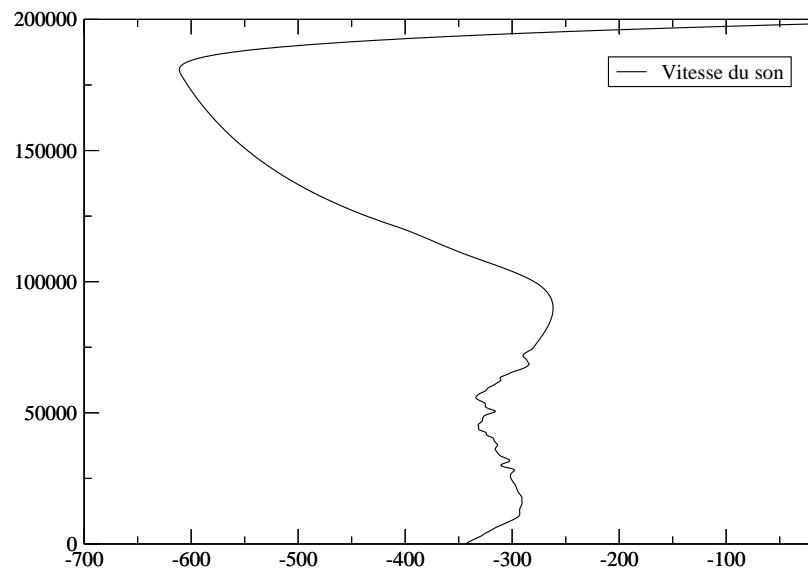
---

Une vision globale (exécution statique) :

- Prédiction des évènements
- Détection des dépendances:  
pas de temps, aliasing, variables *locales*...
- Gestion de la mémoire:  
Optimisation lecture/écriture, transparence, système multi-vue, multi-stockage...
- Fusion de boucles:  
Splitting, maximiser la localité mémoire
- Modélisation numérique simplifiée:  
Optimisation à l'exécution.

# Grand Challenge : Misty Picture 3D

- Expérience réalisée en 1987
- Données météo
- Capteurs sur 1000km
- Comprendre les phénomènes dominants
- Simulation directe vs méthodes asymptotiques



Vitesses (m.s<sup>-1</sup>) en fonction de l'altitude (m).

# MP3D Discrétisation

- Domaine de calcul :  $571\lambda \times 57\lambda \times 571\lambda$  ( $\lambda$  au sol)
- 8 mailles par  $\lambda \Rightarrow 4568 \times 456 \times 4568$  mailles soit 9 523 512 576 mailles (+ mailles fantômes)
- Schémas numériques de type Lax-Wendroff généralisé à l'ordre 17 (9 mailles fantômes)
- Splitting directionnel de type XYZ  
 $\Rightarrow$  si ordre  $\infty$ , propagation suivant  $\vec{k} = (\alpha, \beta)k$   
Dispersion:  $\frac{\omega}{ck} = 1 - \frac{\alpha^2\beta^2}{24}(ck\Delta t)^2 + O(ck\Delta t)^4$
- Splitting d'opérateurs ondes/vent

# MP3D Configuration informatique

---

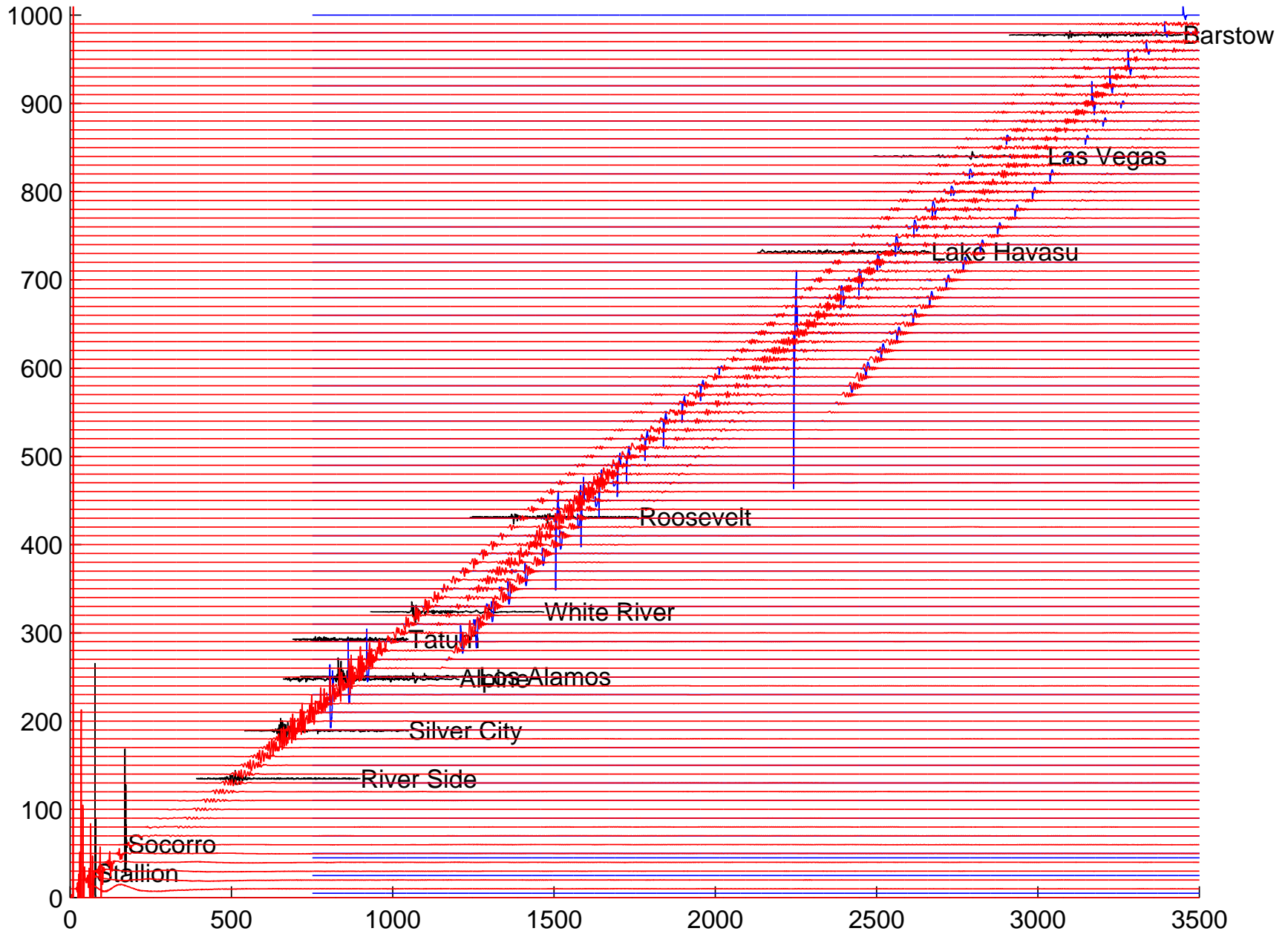
- 384 processeurs ItaniumII 1.6GHz / MPI Quadrix
  - Optimisation “mémoire”  
(consommation par processeur : >2.5Go/3Go)
  - Organisation des sous-domaines de type “Hilbert”
- 

- 4971 itérations en 64.75h+15h
- 5To de résultats
- 870 Gflops : 2.26 Gflops / proc (hors I/O)

Extensibilité :

- 5.8 Tflops sur 1934 procs : 10.5h
- 11.7 Tflops sur 4096 CPUs

# MP3D Comparaisons capteurs



# MP3D Vue générale 3D

