

---

**Diffraction à haute fréquence  
d'une onde plane électromagnétique  
par un corps allongé régulier**

Damien LAVAL

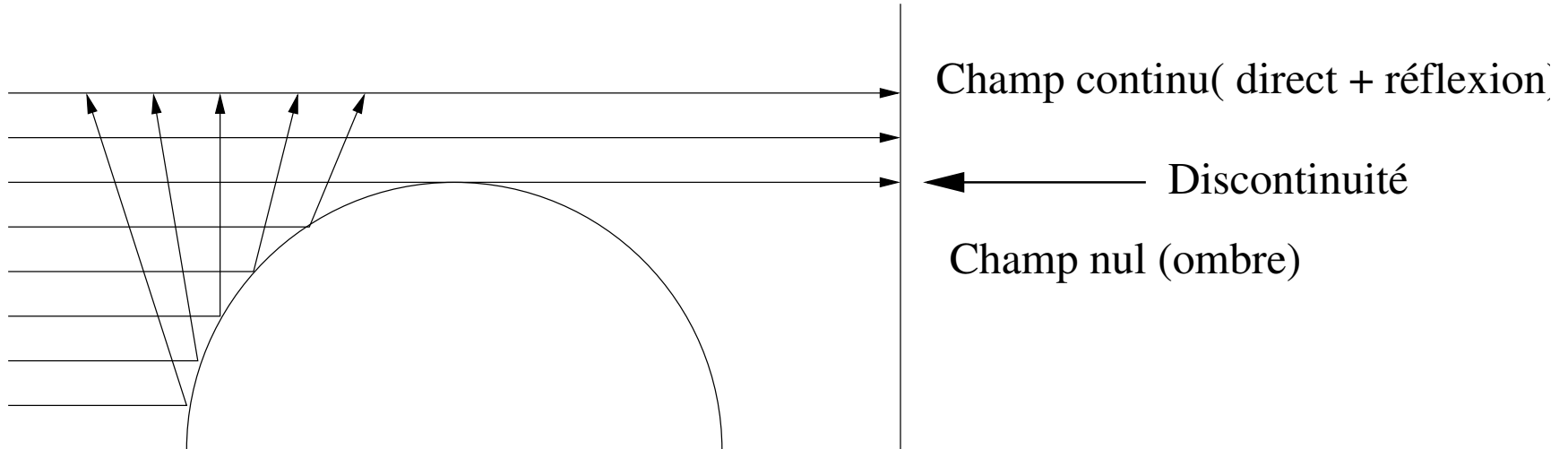
Dassault Aviation

Mathématiques Appliquées de Bordeaux, Université Bordeaux 1

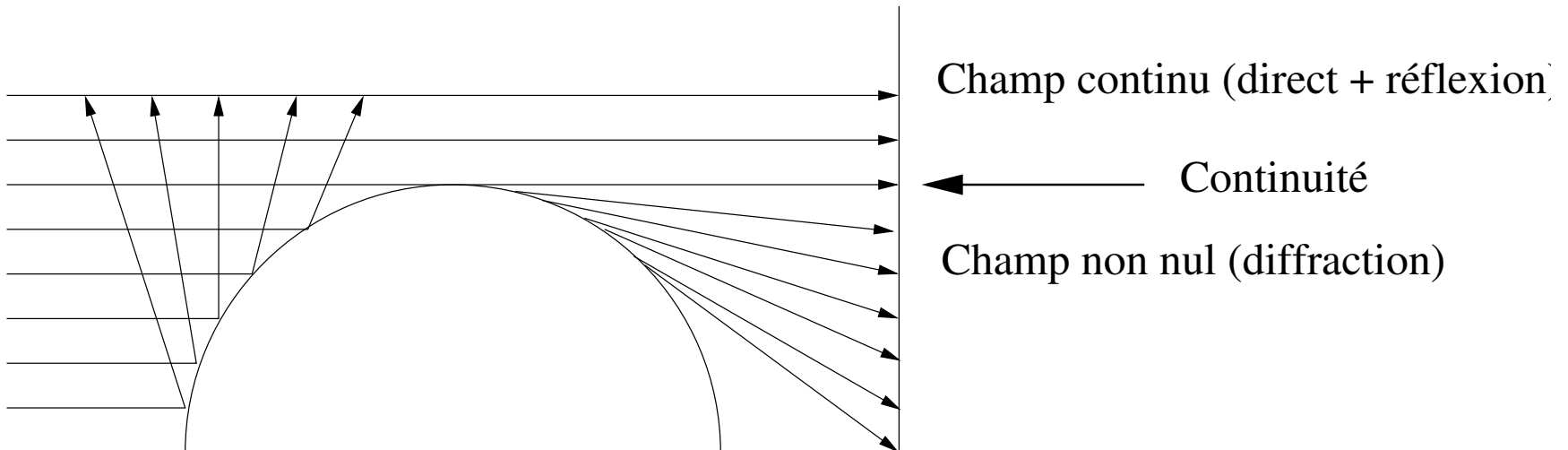
damien.laval@dassault-aviation.fr

# Théorie géométrique de la diffraction (GTD)

## Optique Géométrique



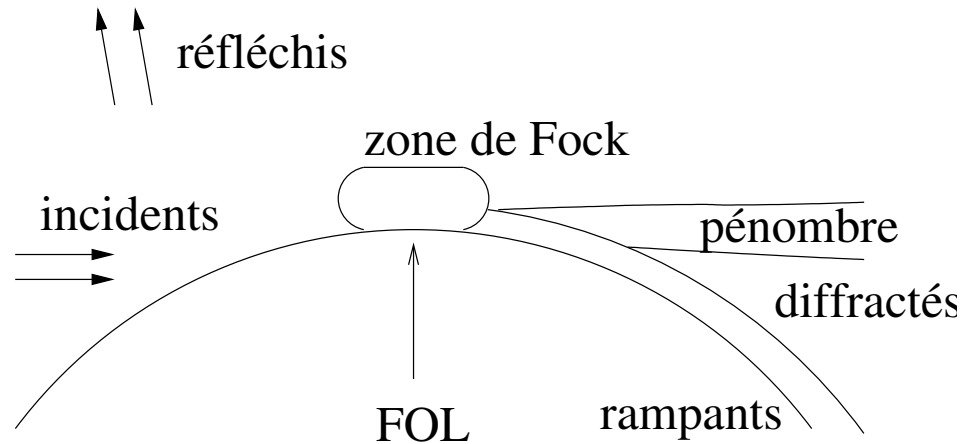
## Théorie Géométrique de la Diffraction



# Méthode de la couche limite

---

Zones de non-validité de l'Optique Géométrique :

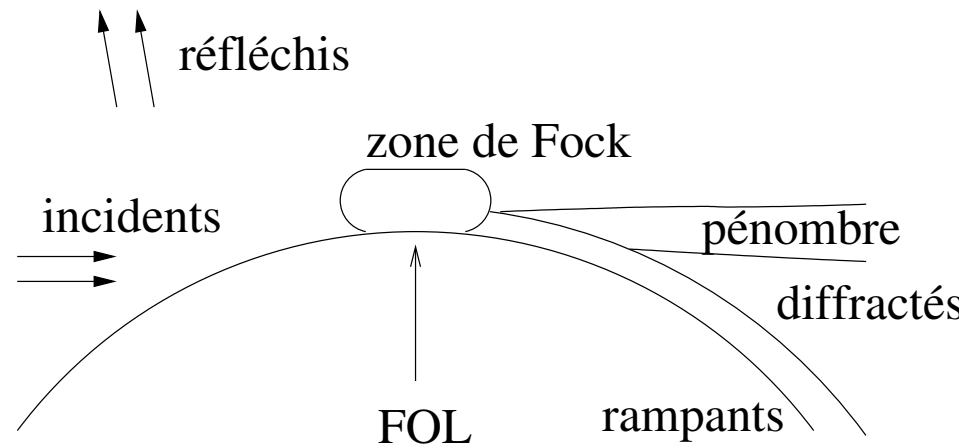


- Extension des coordonnées en  $k^\alpha$ .

# Méthode de la couche limite

---

Zones de non-validité de l'Optique Géométrique :

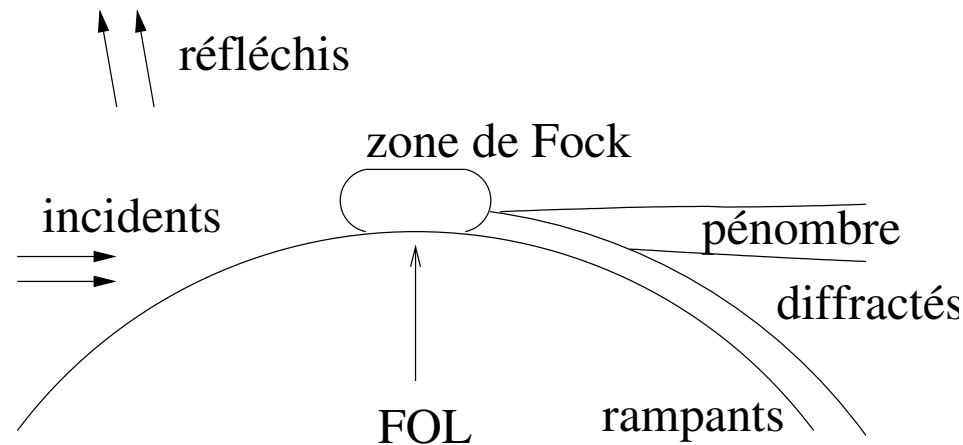


- Extension des coordonnées en  $k^\alpha$ .
- Ansatz (forme de solution analytique imposée)

# Méthode de la couche limite

---

Zones de non-validité de l'Optique Géométrique :

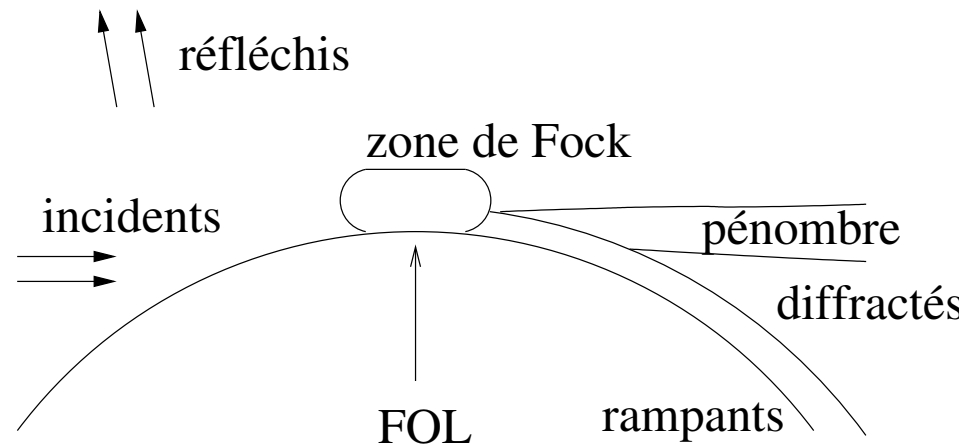


- Extension des coordonnées en  $k^\alpha$ .
- Ansatz (forme de solution analytique imposée)
- Insertion de l'Ansatz dans les équations de propagation

# Méthode de la couche limite

---

Zones de non-validité de l'Optique Géométrique :

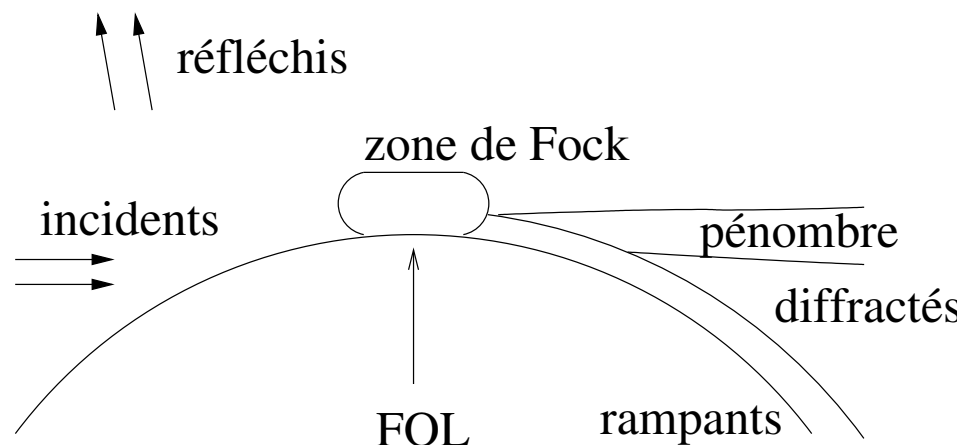


- Extension des coordonnées en  $k^\alpha$ .
- Ansatz (forme de solution analytique imposée)
- Insertion de l'Ansatz dans les équations de propagation
- Résolution ordre par ordre (méthode BKW)

## Méthode de la couche limite

---

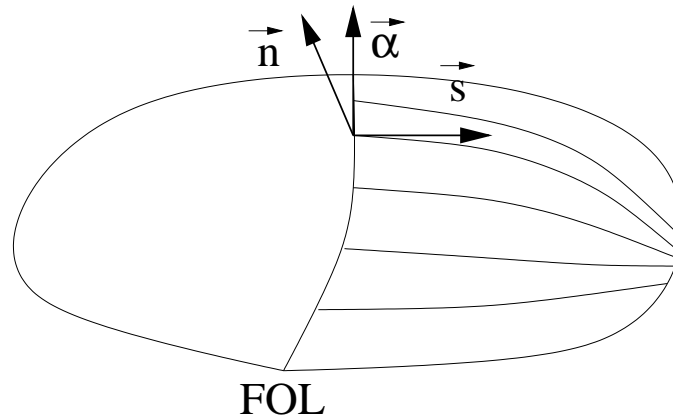
Zones de non-validité de l'Optique Géométrique :



- Extension des coordonnées en  $k^\alpha$ .
- Ansatz (forme de solution analytique imposée)
- Insertion de l'Ansatz dans les équations de propagation
- Résolution ordre par ordre (méthode BKW)
- Compatibilité avec les développements voisins

# Description de la surface

Repère semi-géodésique :



$$(g) = \begin{pmatrix} \left(1 + \frac{n}{\rho}\right)^2 + n^2\tau^2 & -h\tau \left(2n + \frac{n^2}{\rho} + \frac{n^2}{\rho_t}\right) & 0 \\ -h\tau \left(2n + \frac{n^2}{\rho} + \frac{n^2}{\rho_t}\right) & h^2 \left(\left(1 + \frac{n}{\rho_t}\right)^2 + n^2\tau^2\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + o(n^2)$$



# Equations de propagation

---

Acoustique :

$$\Delta U + k^2 U = 0$$

Electromagnétique :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= 0 & \operatorname{rot} \vec{E} &= ik \vec{H} \\ \operatorname{div} \vec{H} &= 0 & \operatorname{rot} \vec{H} &= -ik \vec{E} \end{aligned}$$

# Equations de propagation

---

Acoustique :

$$\Delta U + k^2 U = 0$$

Electromagnétique :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= 0 & \operatorname{rot} \vec{E} &= ik \vec{H} \\ \operatorname{div} \vec{H} &= 0 & \operatorname{rot} \vec{H} &= -ik \vec{E} \end{aligned}$$

$$\Delta \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0$$

## Dimensions du domaine de Fock

---

$$\text{Ansatz : } U(s, \alpha, n) = e^{iks} u(s, \alpha, n)$$

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{1}{\sqrt{g}} \left[ \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{c}{\sqrt{g}} \frac{\partial U}{\partial s} + \frac{b}{\sqrt{g}} \frac{\partial U}{\partial \alpha} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \frac{b}{\sqrt{g}} \frac{\partial U}{\partial s} + \frac{a}{\sqrt{g}} \frac{\partial U}{\partial \alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( \sqrt{g} \frac{\partial U}{\partial n} \right) \right] \end{aligned}$$

Equation parabolique de Léontovitch :

$$2ik \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} + 2k^2 \frac{n}{\rho} u = 0$$

## Dimensions du domaine de Fock

---

Ansatz :  $U(s, \alpha, n) = e^{iks} u(s, \alpha, n)$

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{1}{\sqrt{g}} \left[ \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{c}{\sqrt{g}} \frac{\partial U}{\partial s} + \frac{b}{\sqrt{g}} \frac{\partial U}{\partial \alpha} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \frac{b}{\sqrt{g}} \frac{\partial U}{\partial s} + \frac{a}{\sqrt{g}} \frac{\partial U}{\partial \alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( \sqrt{g} \frac{\partial U}{\partial n} \right) \right] \end{aligned}$$

Equation parabolique de Léontovitch :

$$2ik \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} + 2k^2 \frac{n}{\rho} u = 0$$

Variables étirées :  $s' = sk^\alpha$ ,  $n' = nk^\beta \rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$ ,  $\beta = \frac{2}{3}$

# Dimensions du domaine de Fock

---

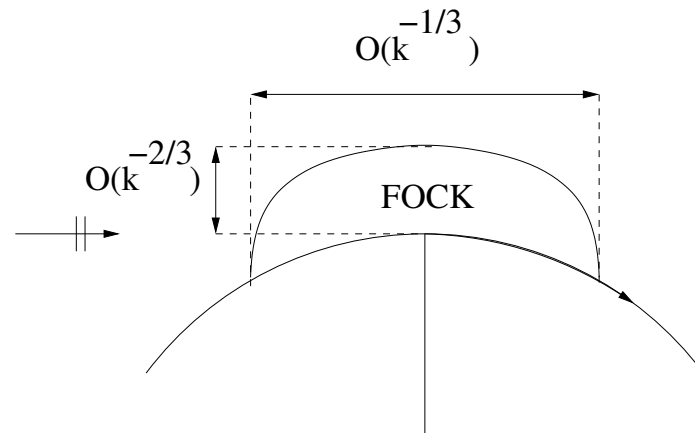
Ansatz :  $U(s, \alpha, n) = e^{iks} u(s, \alpha, n)$

$$\Delta U = \frac{1}{\sqrt{g}} \left[ \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{c}{\sqrt{g}} \frac{\partial U}{\partial s} + \frac{b}{\sqrt{g}} \frac{\partial U}{\partial \alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \frac{b}{\sqrt{g}} \frac{\partial U}{\partial s} + \frac{a}{\sqrt{g}} \frac{\partial U}{\partial \alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( \sqrt{g} \frac{\partial U}{\partial n} \right) \right]$$

Equation parabolique de Léontovitch :

$$2ik \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} + 2k^2 \frac{n}{\rho} u = 0$$

Variables étirées :  $s' = sk^\alpha$ ,  $n' = nk^\beta \rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$ ,  $\beta = \frac{2}{3}$



# Corps non allongés

---

Coordonnées semi-géodésiques étirées :

$$\sigma = \frac{ms}{\rho_0}, \nu = \frac{2m^2n}{\rho_0} \text{ avec } m = \left(\frac{k\rho_0}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Ansatz : } U(s, \alpha, n) = e^{iks} \sum_{j=0}^N u_j(\sigma, \alpha, \nu) k^{-\frac{j}{3}}$$

Equation parabolique de Fock

$$i \frac{\partial u_0}{\partial \sigma} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial \nu^2} + \nu u_0 = 0$$

→

Fourier

Equation d'Airy

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}_0}{\partial \nu^2} + (\nu - \xi) \tilde{u}_0 = 0$$

# Corps non allongés

---

Coordonnées semi-géodésiques étirées :

$$\sigma = \frac{ms}{\rho_0}, \nu = \frac{2m^2n}{\rho_0} \text{ avec } m = \left(\frac{k\rho_0}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Ansatz : } U(s, \alpha, n) = e^{iks} \sum_{j=0}^N u_j(\sigma, \alpha, \nu) k^{-\frac{j}{3}}$$

Equation parabolique de Fock

$$i \frac{\partial u_0}{\partial \sigma} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial \nu^2} + \nu u_0 = 0$$

Equation d'Airy

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}_0}{\partial \nu^2} + (\nu - \xi) \tilde{u}_0 = 0$$

Fourier

$$\tilde{u}_0^d(\sigma, \nu) = A(\sigma) w_1(\xi - \nu) + B(\sigma) w_2(\xi - \nu)$$

$w_1$  et  $w_2$  sont des fonctions de Fock-Airy.

# Corps non allongés

---

Coordonnées semi-géodésiques étirées :

$$\sigma = \frac{ms}{\rho_0}, \nu = \frac{2m^2n}{\rho_0} \text{ avec } m = \left(\frac{k\rho_0}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Ansatz : } U(s, \alpha, n) = e^{iks} \sum_{j=0}^N u_j(\sigma, \alpha, \nu) k^{-\frac{j}{3}}$$

Equation parabolique de Fock

$$i \frac{\partial u_0}{\partial \sigma} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial \nu^2} + \nu u_0 = 0$$

Equation d'Airy

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}_0}{\partial \nu^2} + (\nu - \xi) \tilde{u}_0 = 0$$

Fourier

$$\tilde{u}_0^d(\sigma, \nu) = A(\sigma) w_1(\xi - \nu) + B(\sigma) w_2(\xi - \nu)$$

$w_1$  et  $w_2$  sont des fonctions de Fock-Airy.

La condition de radiation impose :

$$\tilde{u}_0^d(\sigma, \nu) = A(\sigma) w_1(\xi - \nu)$$



## Détermination de $A(\sigma)$

---

Condition limite d'impédance :

$$\frac{\partial u_j}{\partial \nu} + imZu_j = 0 \text{ en } \nu = 0 \text{ et } \forall j \in [0, N]$$

## Détermination de $A(\sigma)$

---

Condition limite d'impédance :

$$\frac{\partial u_j}{\partial \nu} + imZu_j = 0 \text{ en } \nu = 0 \text{ et } \forall j \in [0, N]$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_0^d}{\partial \nu} + imZ\tilde{u}_0^d = - \left( \frac{\partial \tilde{u}_0^i}{\partial \nu} + imZ\tilde{u}_0^i \right) \text{ en } \nu = 0$$

## Détermination de $A(\sigma)$

---

Condition limite d'impédance :

$$\frac{\partial u_j}{\partial \nu} + imZu_j = 0 \text{ en } \nu = 0 \text{ et } \forall j \in [0, N]$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_0^d}{\partial \nu} + imZ\tilde{u}_0^d = - \left( \frac{\partial \tilde{u}_0^i}{\partial \nu} + imZ\tilde{u}_0^i \right) \text{ en } \nu = 0$$

Développement de Luneberg-Kline :  $U^i = e^{ikx} = e^{ik \left( s + \frac{ns}{\rho} - \frac{s^3}{6\rho^2} \right)}$

## Détermination de $A(\sigma)$

---

Condition limite d'impédance :

$$\frac{\partial u_j}{\partial \nu} + imZu_j = 0 \text{ en } \nu = 0 \text{ et } \forall j \in [0, N]$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_0^d}{\partial \nu} + imZ\tilde{u}_0^d = - \left( \frac{\partial \tilde{u}_0^i}{\partial \nu} + imZ\tilde{u}_0^i \right) \text{ en } \nu = 0$$

Développement de Luneberg-Kline :  $U^i = e^{ikx} = e^{ik\left(s + \frac{ns}{\rho} - \frac{s^3}{6\rho^2}\right)}$

$$u_0^i = e^{i\left(\sigma\nu - \frac{\sigma^3}{3}\right)} \rightarrow \tilde{u}_0^i = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\left((\xi - \nu)t + \frac{t^3}{3}\right)} dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} v(\xi - \nu)$$

## Détermination de $A(\sigma)$

---

Condition limite d'impédance :

$$\frac{\partial u_j}{\partial \nu} + imZ u_j = 0 \text{ en } \nu = 0 \text{ et } \forall j \in [0, N]$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_0^d}{\partial \nu} + imZ \tilde{u}_0^d = - \left( \frac{\partial \tilde{u}_0^i}{\partial \nu} + imZ \tilde{u}_0^i \right) \text{ en } \nu = 0$$

Développement de Luneberg-Kline :  $U^i = e^{ikx} = e^{ik \left( s + \frac{ns}{\rho} - \frac{s^3}{6\rho^2} \right)}$

$$u_0^i = e^{i \left( \sigma \nu - \frac{\sigma^3}{3} \right)} \rightarrow \tilde{u}_0^i = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i \left( (\xi - \nu)t + \frac{t^3}{3} \right)} dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} v(\xi - \nu)$$

$$A(\sigma) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\dot{v}(\xi) - imZ v(\xi)}{\dot{w}_1(\xi) - imZ w_1(\xi)}$$

## Solution de la zone de Fock

---

Fonction universelle de Fock :

$$u_0(\sigma, \alpha, \nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( v(\xi - \nu) - \frac{\dot{v}(\xi) - imZv(\xi)}{w_1(\xi) - imZw_1(\xi)} w_1(\xi - \nu) \right) e^{i\sigma\xi} d\xi$$

## Solution de la zone de Fock

---

Fonction universelle de Fock :

$$u_0(\sigma, \alpha, \nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( v(\xi - \nu) - \frac{\dot{v}(\xi) - imZv(\xi)}{\dot{w}_1(\xi) - imZw_1(\xi)} w_1(\xi - \nu) \right) e^{i\sigma\xi} d\xi$$

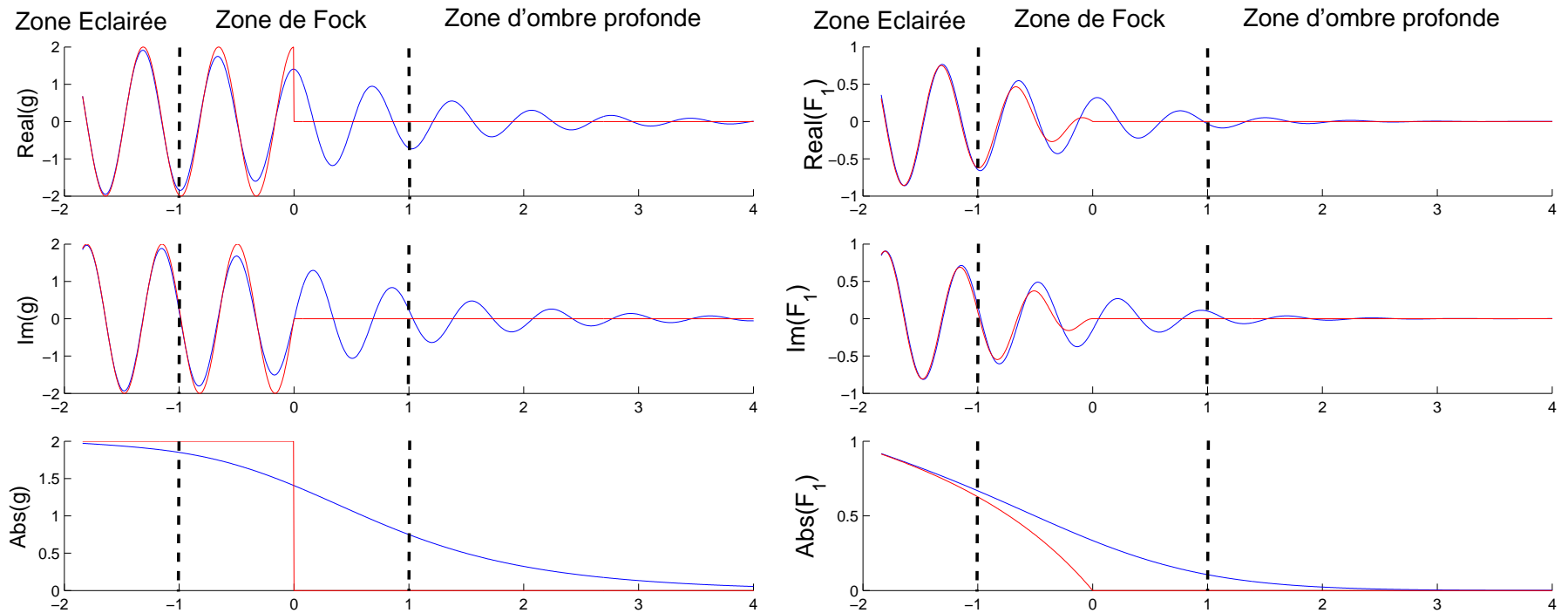
Fonction 'courant' :  $u_0(\sigma, \alpha, 0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\dot{w}_1(\xi) - imZw_1(\xi)} e^{i\sigma\xi} d\xi$

# Solution de la zone de Fock

Fonction universelle de Fock :

$$u_0(\sigma, \alpha, \nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( v(\xi - \nu) - \frac{\dot{v}(\xi) - imZv(\xi)}{\dot{w}_1(\xi) - imZw_1(\xi)} w_1(\xi - \nu) \right) e^{i\sigma\xi} d\xi$$

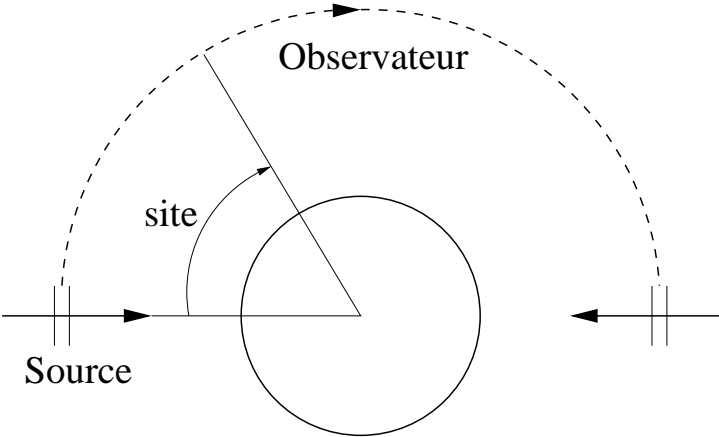
Fonction 'courant' :  $u_0(\sigma, \alpha, 0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\dot{w}_1(\xi) - imZw_1(\xi)} e^{i\sigma\xi} d\xi$



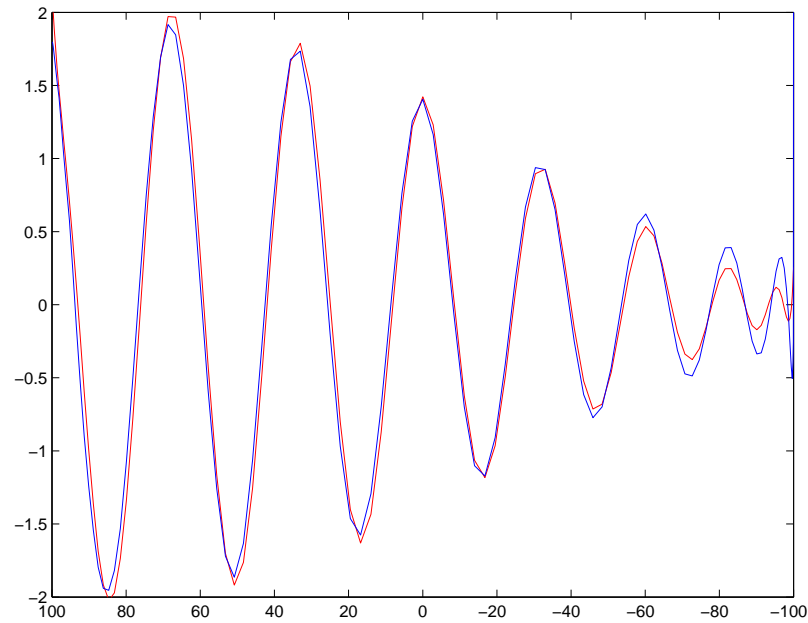
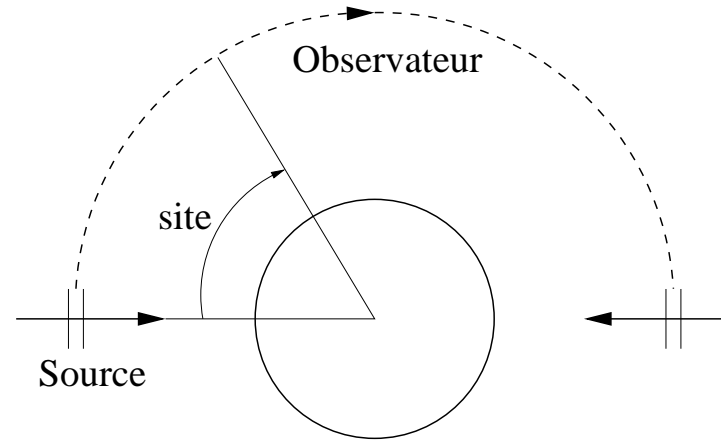


# Cas de validation sur la sphère bistatique à 10GHz (rayon = 100mm)

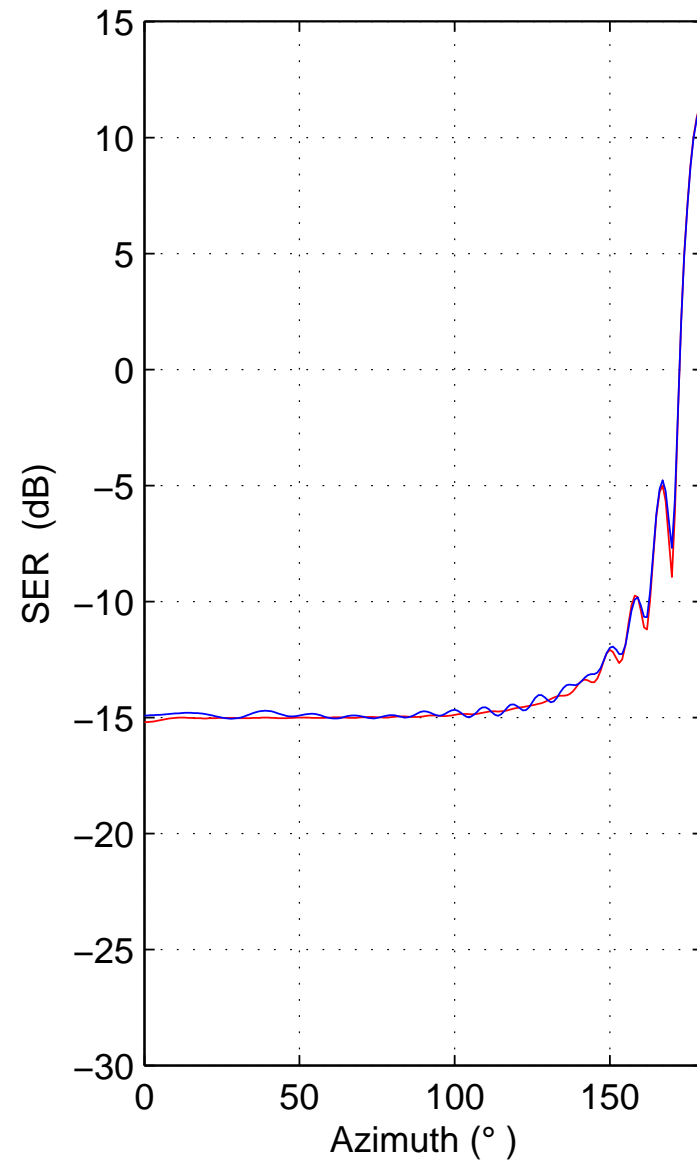
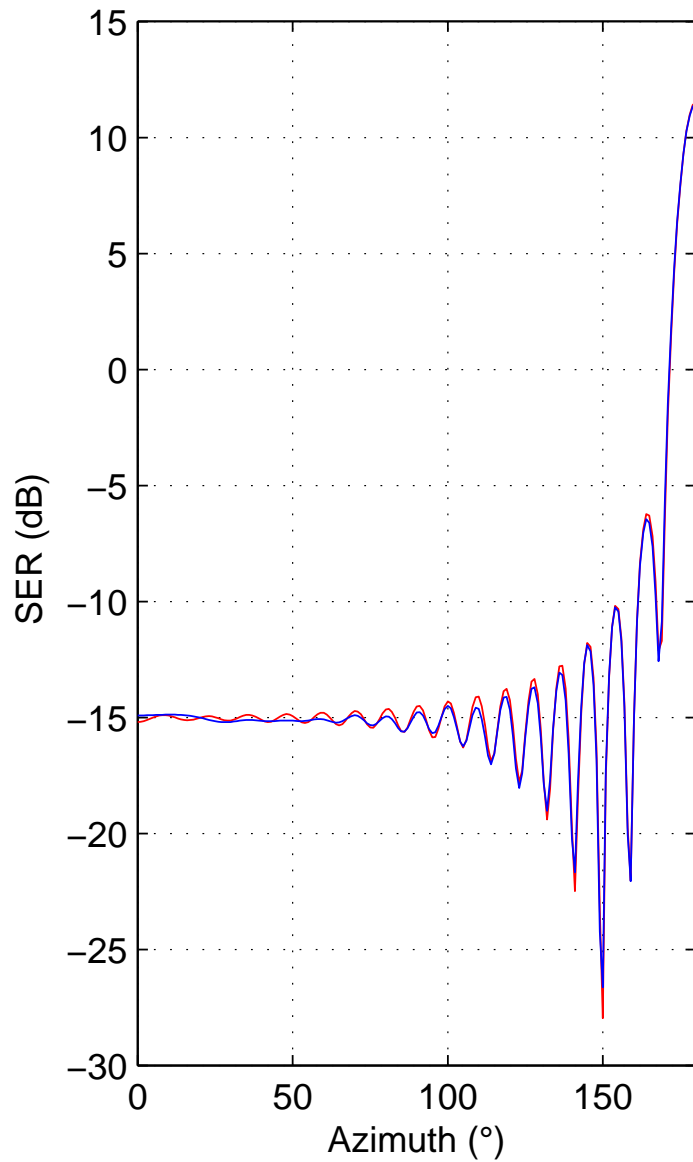
---



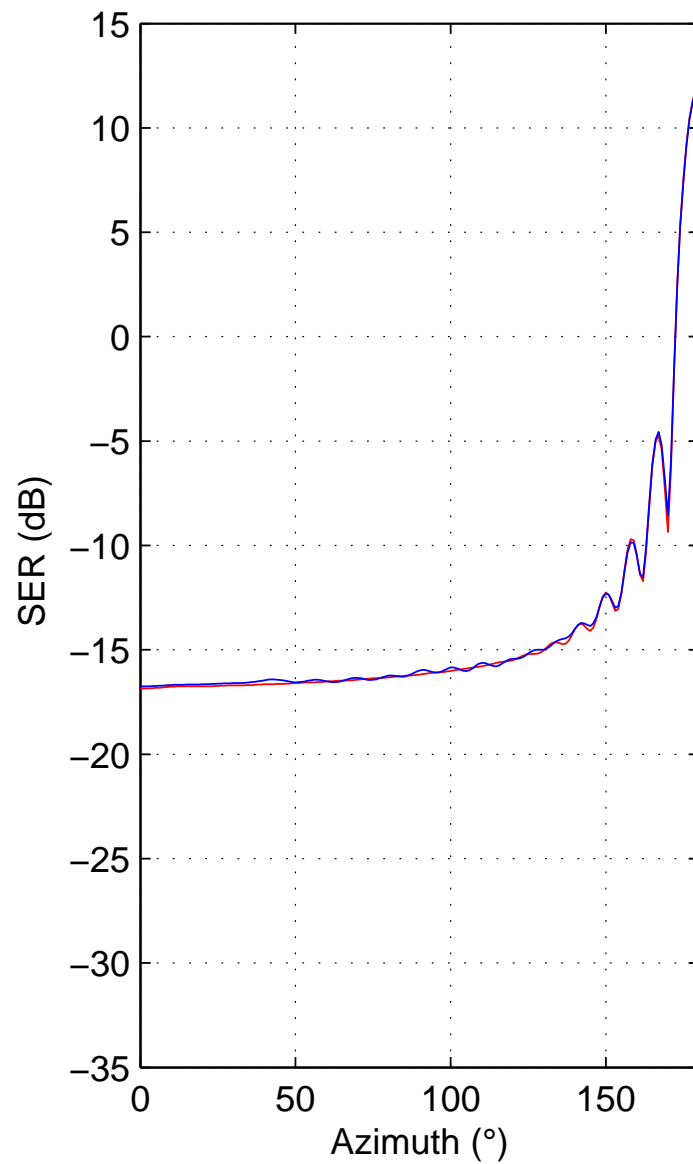
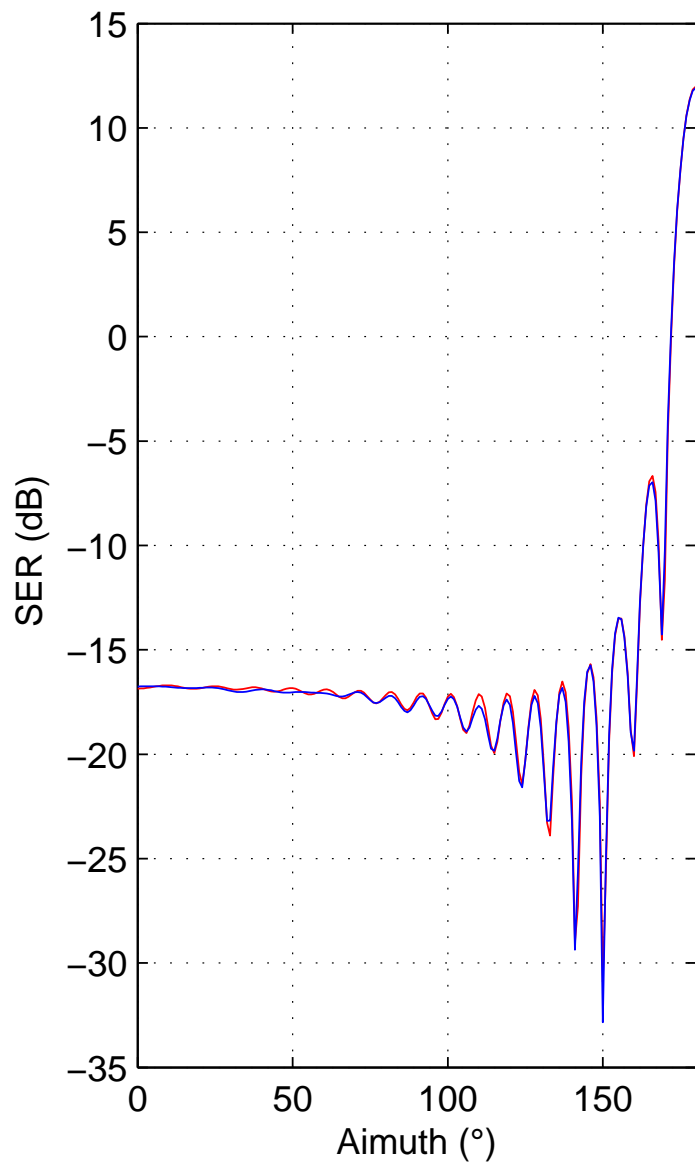
# Cas de validation sur la sphère bistatique à 10GHz (rayon = 100mm)



# Sphère PEC

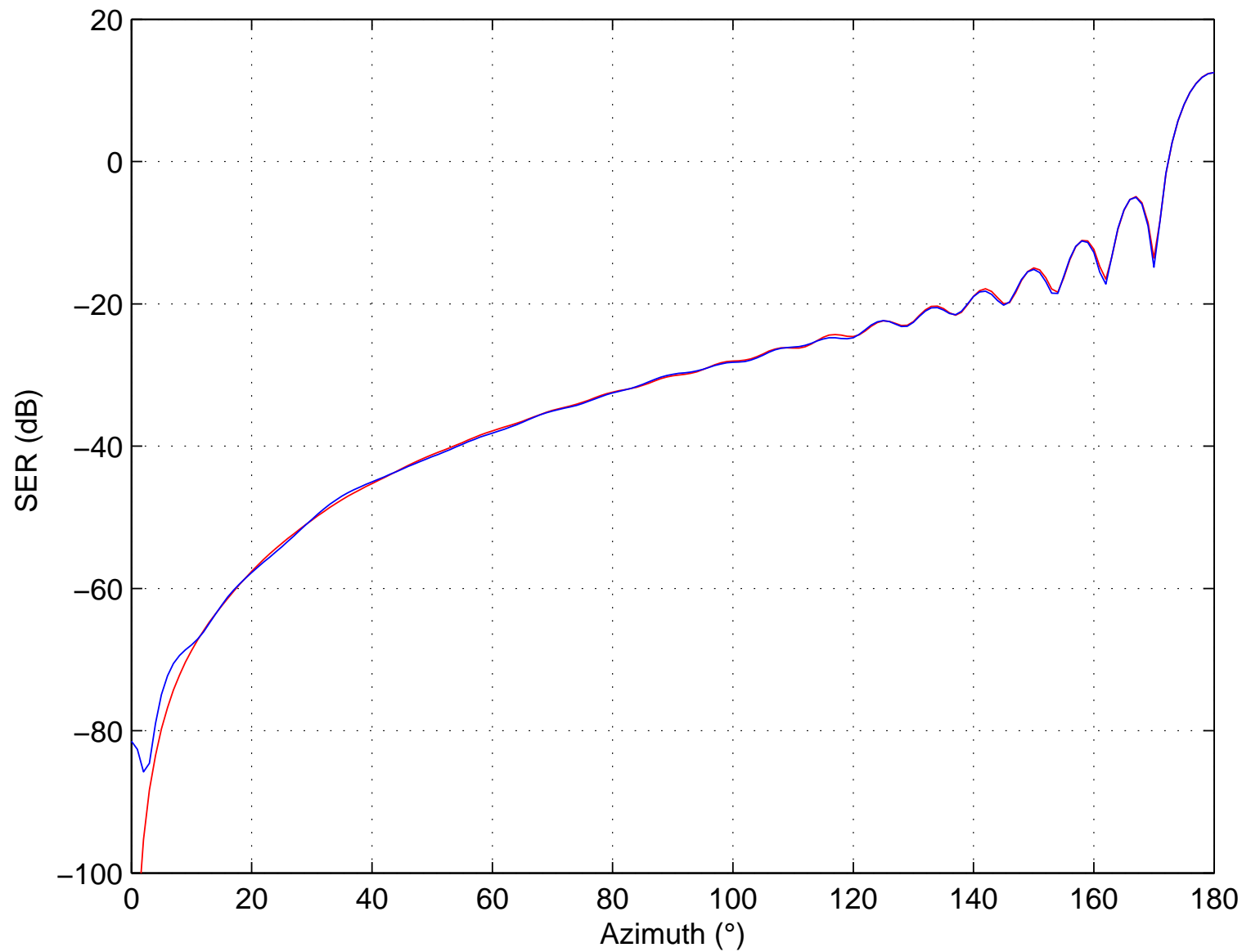


# Sphère $Z = 0.1$



# Sphère $Z = 1$

---



# Corps allongés

---

Coordonnées semi-géodésiques étirées :

$$\sigma = \frac{ms}{\rho_0}, \kappa = \frac{k\rho_t}{m}, \nu = \frac{k\eta}{m} \text{ avec } m = \left(\frac{k\rho_0}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Ansatz : } U(s, \alpha, n) = e^{iks} \sum_{j=0}^N u_j(\sigma, \alpha, \nu) k^{-\frac{j}{3}}$$

Equation parabolique de Fock modifiée :

$$i \frac{\partial u_0}{\partial \sigma} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial \nu^2} + \frac{1}{\kappa + \nu} \frac{\partial u_0}{\partial \nu} + \nu u_0 = 0$$

# Corps allongés

---

Coordonnées semi-géodésiques étirées :

$$\sigma = \frac{ms}{\rho_0}, \kappa = \frac{k\rho_t}{m}, \nu = \frac{kn}{m} \text{ avec } m = \left(\frac{k\rho_0}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Ansatz : } U(s, \alpha, n) = e^{iks} \sum_{j=0}^N u_j(\sigma, \alpha, \nu) k^{-\frac{j}{3}}$$

Equation parabolique de Fock modifiée :

$$i \frac{\partial u_0}{\partial \sigma} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial \nu^2} + \frac{1}{\kappa + \nu} \frac{\partial u_0}{\partial \nu} + \nu u_0 = 0$$

Equation biconfluente réduite de Heun :

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}_0}{\partial \nu^2} + \frac{1}{\kappa + \nu} \frac{\partial \tilde{u}_0}{\partial \nu} + (\nu - \xi) \tilde{u}_0 = 0$$

Pas de solution analytique connue...

# Equation biconfluente réduite de Heun

---

Changement de fonction inconnue :

$$\tilde{v}_0 = (\kappa + \nu)^{\frac{1}{2}} \tilde{u}_0$$



# Equation biconfluente réduite de Heun

---

Changement de fonction inconnue :

$$\tilde{v}_0 = (\kappa + \nu)^{\frac{1}{2}} \tilde{u}_0$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{v}_0}{\partial \nu^2} + \left( \nu - \xi + \frac{1}{4(\kappa + \nu)^2} \right) \tilde{v}_0 = 0$$

Développement limité ordre 0  $\rightarrow$  équation d'Airy

## Equation biconfluente réduite de Heun

---

Changement de fonction inconnue :

$$\tilde{v}_0 = (\kappa + \nu)^{\frac{1}{2}} \tilde{u}_0$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{v}_0}{\partial \nu^2} + \left( \nu - \xi + \frac{1}{4(\kappa + \nu)^2} \right) \tilde{v}_0 = 0$$

Développement limité ordre 0  $\rightarrow$  équation d'Airy

$$\tilde{u}_0^d(\sigma, \nu) = \frac{A(\sigma)}{(\kappa + \nu)^{\frac{1}{2}}} w_1 \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} - \nu \right)$$

## Détermination de $A(\sigma)$ en corps allongés

---

Condition limite d'impédance :

$$\frac{\partial u_j}{\partial \nu} + imZu_j = 0 \text{ en } \nu = 0 \text{ et } \forall j \in [0, N]$$

## Détermination de $A(\sigma)$ en corps allongés

---

Condition limite d'impédance :

$$\frac{\partial u_j}{\partial \nu} + imZu_j = 0 \text{ en } \nu = 0 \text{ et } \forall j \in [0, N]$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_0^d}{\partial \nu} + imZ\tilde{u}_0^d = - \left( \frac{\partial \tilde{u}_0^i}{\partial \nu} + imZ\tilde{u}_0^i \right) \text{ en } \nu = 0$$

## Détermination de $A(\sigma)$ en corps allongés

---

Condition limite d'impédance :

$$\frac{\partial u_j}{\partial \nu} + imZu_j = 0 \text{ en } \nu = 0 \text{ et } \forall j \in [0, N]$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_0^d}{\partial \nu} + imZ\tilde{u}_0^d = - \left( \frac{\partial \tilde{u}_0^i}{\partial \nu} + imZ\tilde{u}_0^i \right) \text{ en } \nu = 0$$

Développement de Luneberg-Kline :

$$U^i = e^{ikx} = e^{ik \left( s + \frac{ns}{\rho} - \frac{s^3}{6\rho^2} + \frac{i}{4k\rho\rho_t} \right)}$$

## Détermination de $A(\sigma)$ en corps allongés

---

Condition limite d'impédance :

$$\frac{\partial u_j}{\partial \nu} + imZu_j = 0 \text{ en } \nu = 0 \text{ et } \forall j \in [0, N]$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_0^d}{\partial \nu} + imZ\tilde{u}_0^d = - \left( \frac{\partial \tilde{u}_0^i}{\partial \nu} + imZ\tilde{u}_0^i \right) \text{ en } \nu = 0$$

Développement de Luneberg-Kline :

$$U^i = e^{ikx} = e^{ik \left( s + \frac{ns}{\rho} - \frac{s^3}{6\rho^2} + \frac{i}{4k\rho\rho_t} \right)}$$

$$u_0^i = e^{i \left( \sigma\nu - \frac{\sigma^3}{3} + \frac{i\sigma^2}{2\kappa} \right)} \rightarrow \tilde{u}_0^i = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{\frac{\xi}{2\kappa}} e^{\frac{1}{12\kappa^3}} e^{-\frac{\nu}{2\kappa}} v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} - \nu \right)$$

## Détermination de $A(\sigma)$ en corps allongés

---

Condition limite d'impédance :

$$\frac{\partial u_j}{\partial \nu} + imZ u_j = 0 \text{ en } \nu = 0 \text{ et } \forall j \in [0, N]$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_0^d}{\partial \nu} + imZ \tilde{u}_0^d = - \left( \frac{\partial \tilde{u}_0^i}{\partial \nu} + imZ \tilde{u}_0^i \right) \text{ en } \nu = 0$$

Développement de Luneberg-Kline :

$$U^i = e^{ikx} = e^{ik \left( s + \frac{ns}{\rho} - \frac{s^3}{6\rho^2} + \frac{i}{4k\rho\rho_t} \right)}$$

$$u_0^i = e^{i \left( \sigma\nu - \frac{\sigma^3}{3} + \frac{i\sigma^2}{2\kappa} \right)} \rightarrow \tilde{u}_0^i = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{\frac{\xi}{2\kappa}} e^{\frac{1}{12\kappa^3}} e^{-\frac{\nu}{2\kappa}} v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} - \nu \right)$$

$$A(\xi, \kappa) = \frac{\sqrt{\kappa}}{\sqrt{\pi}} e^{\frac{\xi}{2\kappa} + \frac{1}{12\kappa^3}} \frac{v' \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right) - \left( imZ + \frac{1}{2\kappa} \right) v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right)}{w_1' \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right) - \left( imZ + \frac{1}{2\kappa} \right) w_1 \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right)}$$

# Champ total sur un corps allongé

---

Pseudo-impédance :

$$Z_{\kappa} = Z - \frac{i}{2m\kappa}$$

Nouvelle fonction de Fock :

$$u_0(\sigma, \nu, \kappa) = \frac{e^{\frac{1}{12\kappa^3}}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\sigma - \frac{i}{2\kappa})\xi} \left[ e^{-\frac{\nu}{2\kappa}} v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} - \nu \right) - \frac{\sqrt{\kappa}}{\sqrt{\kappa + \nu}} \frac{v' \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right) - imZ_{\kappa} v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right)}{w_1' \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right) - imZ_{\kappa} w_1 \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right)} w_1 \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} - \nu \right) \right] d\xi$$

Nouvelle fonction courant de Fock :

$$u_0(\sigma, 0, \kappa) = \frac{e^{\frac{1}{12\kappa^3}}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\sigma - \frac{i}{2\kappa})\xi} \left[ v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right) - \frac{v' \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right) - imZ_{\kappa} v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right)}{w_1' \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right) - imZ_{\kappa} w_1 \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right)} w_1 \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right) \right] d\xi$$



# Champ total sur un corps allongé

---

Pseudo-impédance :

$$Z_{\kappa} = Z - \frac{i}{2m\kappa}$$

Nouvelle fonction de Fock :

$$u_0(\sigma, \nu, \kappa) = \frac{e^{\frac{1}{12\kappa^3}}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\sigma - \frac{i}{2\kappa})\xi} \left[ e^{-\frac{\nu}{2\kappa}} v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} - \nu \right) - \frac{\sqrt{\kappa}}{\sqrt{\kappa + \nu}} \frac{v' \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right) - imZ_{\kappa} v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right)}{w_1' \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right) - imZ_{\kappa} w_1 \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right)} w_1 \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} - \nu \right) \right] d\xi$$

Nouvelle fonction courant de Fock :

$$u_0(\sigma, 0, \kappa) = \frac{e^{\frac{1}{12\kappa^3}}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\sigma - \frac{i}{2\kappa})\xi} \left[ v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right) - \frac{v' \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right) - imZ_{\kappa} v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right)}{w_1' \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right) - imZ_{\kappa} w_1 \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right)} w_1 \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right) \right] d\xi$$

# Champ total sur un corps allongé

---

Pseudo-impédance :

$$Z_{\kappa} = Z - \frac{i}{2m\kappa}$$

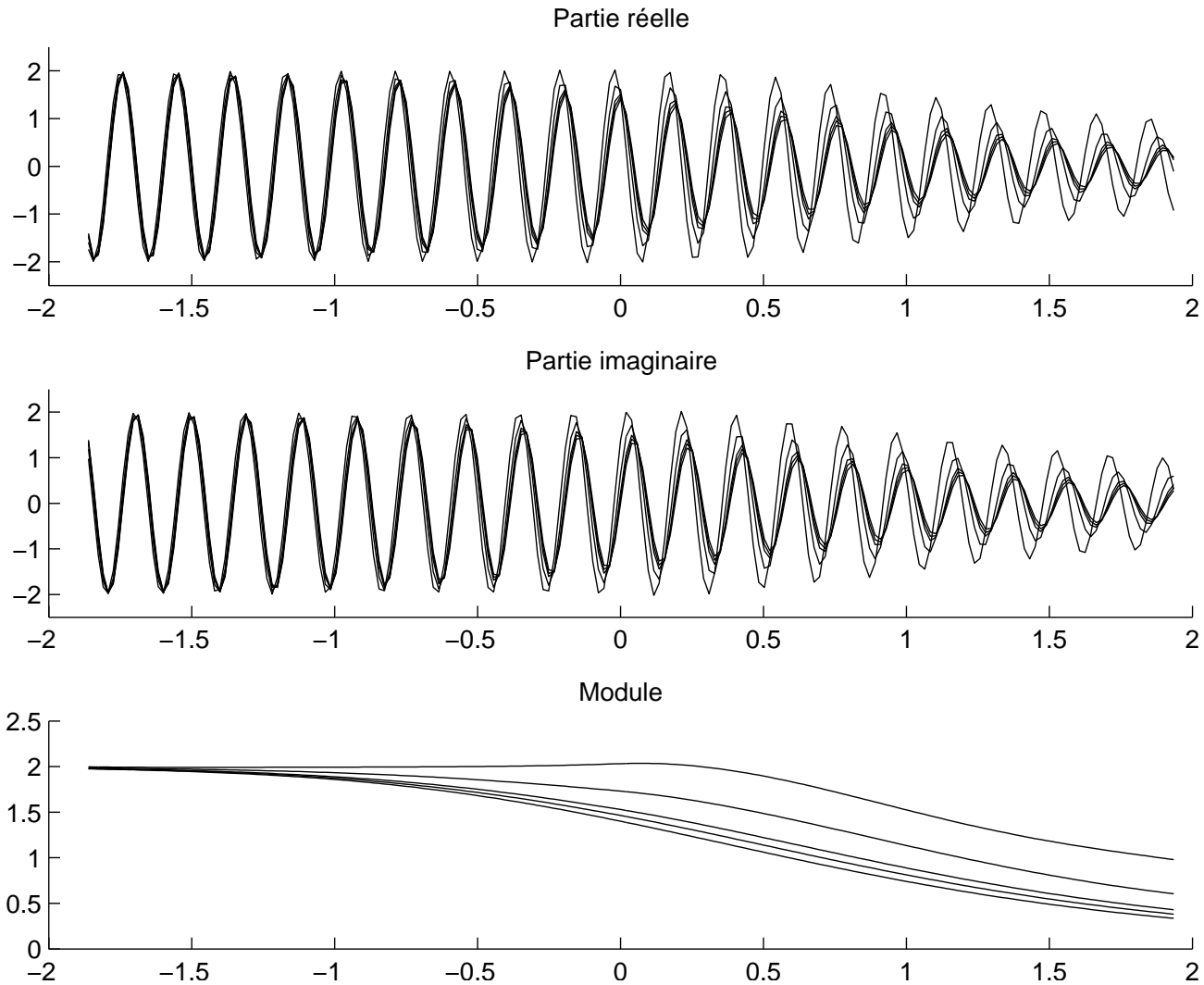
Nouvelle fonction de Fock :

$$u_0(\sigma, \nu, \kappa) = \frac{e^{\frac{1}{12\kappa^3}}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\sigma - \frac{i}{2\kappa})\xi} \left[ e^{-\frac{\nu}{2\kappa}} v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} - \nu \right) - \frac{\sqrt{\kappa}}{\sqrt{\kappa + \nu}} \frac{v' \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right) - imZ_{\kappa} v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right)}{w_1' \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right) - imZ_{\kappa} w_1 \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right)} w_1 \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} - \nu \right) \right] d\xi$$

Nouvelle fonction courant de Fock :

$$u_0(\sigma, 0, \kappa) = \frac{e^{\frac{1}{12\kappa^3}}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\sigma - \frac{i}{2\kappa})\xi} \left[ v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right) - \frac{v' \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right) - imZ_{\kappa} v \left( \xi + \frac{1}{4\kappa^2} \right)}{w_1' \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right) - imZ_{\kappa} w_1 \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right)} w_1 \left( \xi - \frac{1}{4\kappa^2} \right) \right] d\xi$$

# Applications numériques aux corps allongés



# Conclusion et Perspectives

---

Conclusion :

- Bonne validité des résultats en corps réguliers classiques

# Conclusion et Perspectives

---

Conclusion :

- Bonne validité des résultats en corps réguliers classiques
- Approximation de l'équation biconfluente réduite de Heun valable uniquement sur la surface (problème de diffraction des rampants dans l'espace)

# Conclusion et Perspectives

---

## Conclusion :

- Bonne validité des résultats en corps réguliers classiques
- Approximation de l'équation biconfluente réduite de Heun valable uniquement sur la surface (problème de diffraction des rampants dans l'espace)
- Problème de l'évaluation du champ incident

# Conclusion et Perspectives

---

## Conclusion :

- Bonne validité des résultats en corps réguliers classiques
- Approximation de l'équation biconfluente réduite de Heun valable uniquement sur la surface (problème de diffraction des rampants dans l'espace)
- Problème de l'évaluation du champ incident

## Perspectives :

- Validation de l'approche corps allongés (Jina 2006 - Nasa Almond)

# Conclusion et Perspectives

---

## Conclusion :

- Bonne validité des résultats en corps réguliers classiques
- Approximation de l'équation biconfluente réduite de Heun valable uniquement sur la surface (problème de diffraction des rampants dans l'espace)
- Problème de l'évaluation du champ incident

## Perspectives :

- Validation de l'approche corps allongés (Jina 2006 - Nasa Almond)
- Résolution de l'équation biconfluente réduite de Heun



## Exemple de courants sur Falcon 20

---

