

# Simulation numérique de l'activité électrique du cœur

Muriel Boulakia, Projet REO, INRIA Rocquencourt

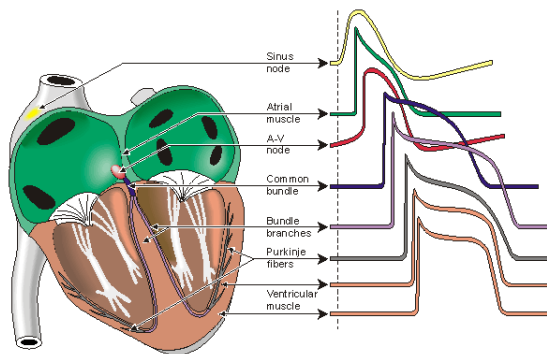
Travail commun avec M.A. Fernández et J.-F. Gerbeau.

30 mai 2006

- 1 Electrophysiologie du cœur
  - Le signal électrique
  - ECG
- 2 Un modèle électrique
  - Le modèle du cœur : le modèle bidomaine
  - Couplage avec le thorax
- 3 Simulation numérique
  - Résolution numérique
  - Résultats
- 4 Perspectives

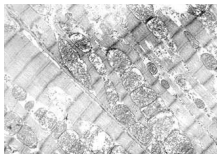
- 1 **Electrophysiologie du cœur**
  - Le signal électrique
  - ECG
- 2 Un modèle électrique
  - Le modèle du cœur : le modèle bidomaine
  - Couplage avec le thorax
- 3 Simulation numérique
  - Résolution numérique
  - Résultats
- 4 Perspectives

# Propagation du signal électrique

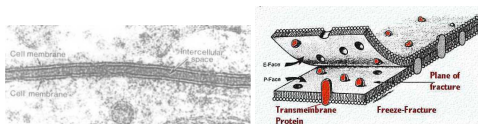




# Propagation du signal électrique

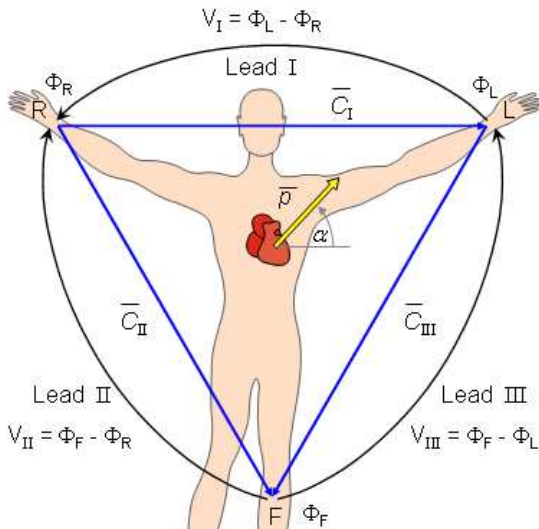


Fibres cardiaques.

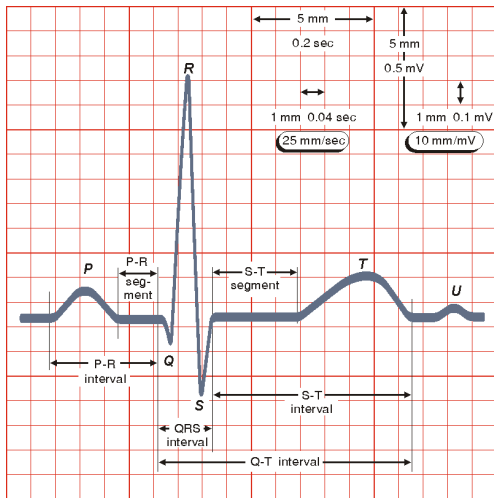


Membrane cellulaire.

# Mesure du signal électrique : l'électrocardiogramme



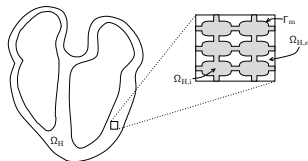
# Mesure du signal électrique : l'électrocardiogramme



- 1 Electrophysiologie du cœur
  - Le signal électrique
  - ECG
- 2 Un modèle électrique
  - Le modèle du cœur : le modèle bidomaine
  - Couplage avec le thorax
- 3 Simulation numérique
  - Résolution numérique
  - Résultats
- 4 Perspectives

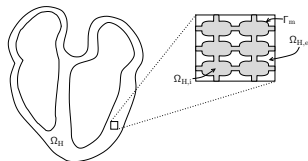
On introduit :

- $\Omega_{H,i}$  : milieu intracellulaire
- $\Omega_{H,e}$  : milieu extracellulaire



On introduit :

- $\Omega_{H,i}$  : milieu intracellulaire
- $\Omega_{H,e}$  : milieu extracellulaire



- $\phi_i$  : potentiel intracellulaire,  $\phi_e$  : potentiel extracellulaire,
- $\sigma_i$  : conductivité intracellulaire,  $\sigma_e$  : conductivité extracellulaire,
- $V_m = \phi_i - \phi_e$  : potentiel transmembranaire.

## Le modèle bidomaine.

$$\begin{cases} \operatorname{div}((\boldsymbol{\sigma}_i + \boldsymbol{\sigma}_e)\nabla\phi_e) = -\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}_i\nabla V_m) & \text{dans } \Omega_H \\ C_m\partial_t V_m + I_{\text{ion}} - \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}_i\nabla V_m) = \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}_i\nabla\phi_e) & \text{dans } \Omega_H \end{cases}$$

## Le modèle bidomaine.

$$\begin{cases} \operatorname{div}((\sigma_i + \sigma_e)\nabla\phi_e) = -\operatorname{div}(\sigma_i\nabla V_m) & \text{dans } \Omega_H \\ C_m\partial_t V_m + I_{ion} - \operatorname{div}(\sigma_i\nabla V_m) = \operatorname{div}(\sigma_i\nabla\phi_e) & \text{dans } \Omega_H \end{cases}$$

Expression du courant ionique  $I_{ion}$  :

- modèles non physiologiques : FitzHugh-Nagumo, Aliev-Panfilov
- modèles physiologiques : Luo-Rudy, Shaw-Rudy...

## Problème couplé cœur-thorax.

- Cœur.

$$\left\{ \begin{array}{ll} \operatorname{div}((\sigma_i + \sigma_e)\nabla\phi_e) = -\operatorname{div}(\sigma_i\nabla V_m) & \text{dans } \Omega_H \\ C_m\partial_t V_m + I_{\text{ion}} - \operatorname{div}(\sigma_i\nabla V_m) = \operatorname{div}(\sigma_i\nabla\phi_e) & \text{dans } \Omega_H \\ \sigma_i\nabla\phi_e \cdot \mathbf{n} = -\sigma_i\nabla V_m \cdot \mathbf{n} & \text{sur } \partial\Omega_H \end{array} \right.$$

## Problème couplé cœur-thorax.

- **Cœur.**

$$\left\{ \begin{array}{ll} \operatorname{div}((\sigma_i + \sigma_e)\nabla\phi_e) = -\operatorname{div}(\sigma_i\nabla V_m) & \text{dans } \Omega_H \\ C_m\partial_t V_m + I_{\text{ion}} - \operatorname{div}(\sigma_i\nabla V_m) = \operatorname{div}(\sigma_i\nabla\phi_e) & \text{dans } \Omega_H \\ \sigma_i\nabla\phi_e \cdot \mathbf{n} = -\sigma_i\nabla V_m \cdot \mathbf{n} & \text{sur } \partial\Omega_H \end{array} \right.$$

- **Thorax.**

On note  $\phi_T$  le potentiel thoracique.

$$\left\{ \begin{array}{ll} \operatorname{div}(\sigma_T\nabla\phi_T) = 0 & \text{dans } \Omega_T \\ \sigma_T\nabla\phi_T \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{sur } \partial\Omega_T \setminus \partial\Omega_H \end{array} \right.$$

## Problème couplé cœur-thorax.

- **Cœur.**

$$\begin{cases} \operatorname{div}((\sigma_i + \sigma_e)\nabla\phi_e) = -\operatorname{div}(\sigma_i\nabla V_m) & \text{dans } \Omega_H \\ C_m\partial_t V_m + I_{\text{ion}} - \operatorname{div}(\sigma_i\nabla V_m) = \operatorname{div}(\sigma_i\nabla\phi_e) & \text{dans } \Omega_H \\ \sigma_i\nabla\phi_e \cdot \mathbf{n} = -\sigma_i\nabla V_m \cdot \mathbf{n} & \text{sur } \partial\Omega_H \end{cases}$$

- **Thorax.**

On note  $\phi_T$  le potentiel thoracique.

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\sigma_T\nabla\phi_T) = 0 & \text{dans } \Omega_T \\ \sigma_T\nabla\phi_T \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{sur } \partial\Omega_T \setminus \partial\Omega_H \end{cases}$$

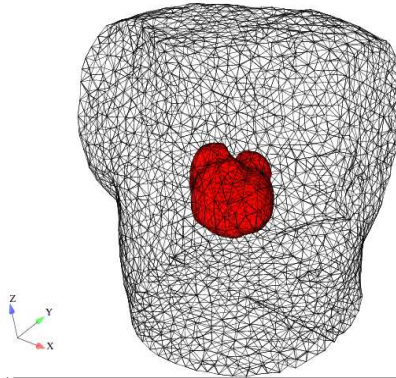
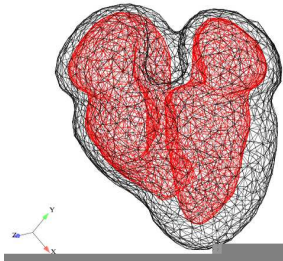
- **Couplage cœur-thorax.**

$$\begin{cases} \phi_e = \phi_T & \text{sur } \partial\Omega_H \\ \sigma_e\nabla\phi_e \cdot \mathbf{n} = \sigma_T\nabla\phi_T \cdot \mathbf{n} & \text{sur } \partial\Omega_H \end{cases}$$

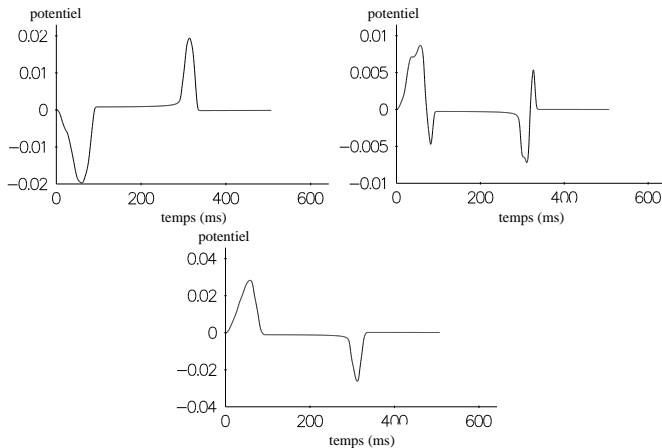
- 1 Electrophysiologie du cœur
  - Le signal électrique
  - ECG
- 2 Un modèle électrique
  - Le modèle du cœur : le modèle bidomaine
  - Couplage avec le thorax
- 3 Simulation numérique**
  - Résolution numérique
  - Résultats
- 4 Perspectives

# Résolution numérique

- conductivités isotropes, pas de séparation oreillette/ventricule
- méthode de décomposition de domaine



# Simulation d'un ECG : les 3 premières dérivations



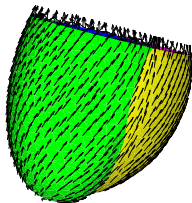
$$V_I = \Phi_L - \Phi_R, \quad V_{II} = \Phi_F - \Phi_R, \quad V_{III} = \Phi_F - \Phi_L.$$

[ECG]

- 1 Electrophysiologie du cœur
  - Le signal électrique
  - ECG
- 2 Un modèle électrique
  - Le modèle du cœur : le modèle bidomaine
  - Couplage avec le thorax
- 3 Simulation numérique
  - Résolution numérique
  - Résultats
- 4 Perspectives

## Perspectives.

- Prise en compte de l'anisotropie (fibres cardiaques, faisceau de His).



- Modèle ionique plus complexe (modèle Djabella-Sorine).
- Optimisation de la position d'une électrode.