Vision par ordinateur et otolithes : vers une modélisation de la morphogénèse

Anatole Chessel Ronan Fablet **IFREMER/LASAA**

Frederic Cao **IRISA/VISTA**

01/06/2006

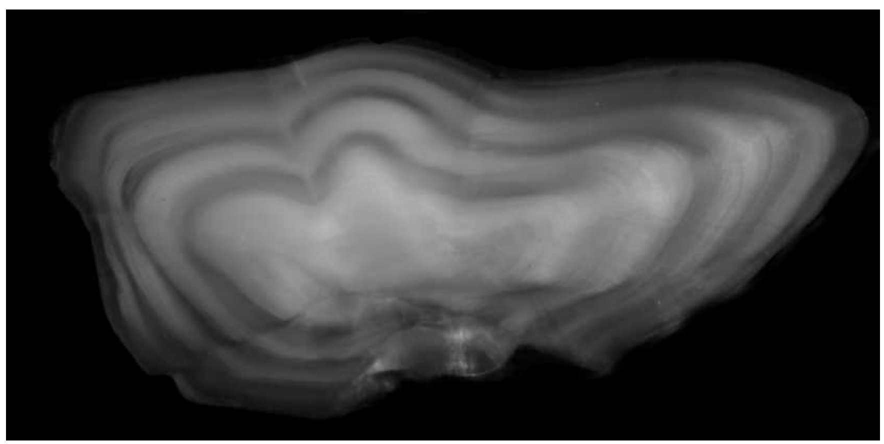
1. **Un probleme biologique : otolithe et vision par ordinateur**

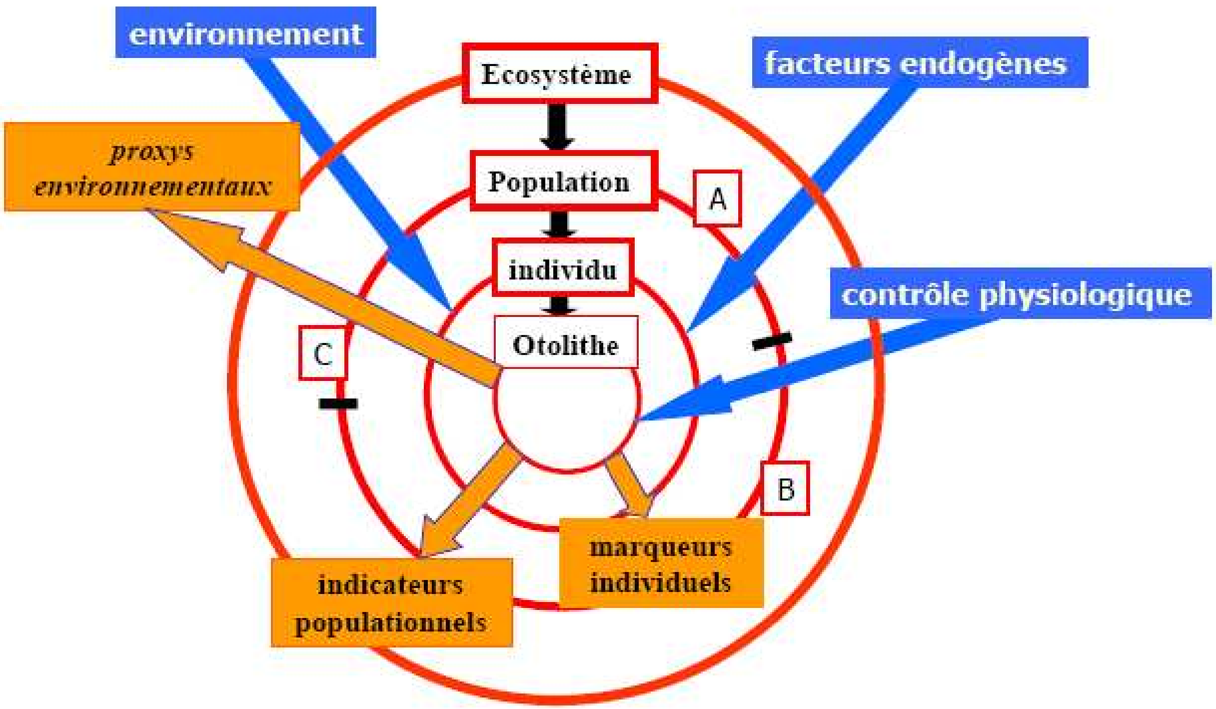
2. **Axiomatique de l'interpolation d'orientation**

3. **Modélisation de la morphogénèse**

Otolithes : de petites concrétions calcaires situées dans l'oreille interne des poissons, utilisées pour la spatialisation. Ils résultent d'un processus d'accrétion permanent fortement influencé par les conditions environnementales.

Lue en routine pour les estimations d'âge et de croissance pour l'estimation des stocks, ou pour divers problèmes écologique (migration, croissance...).





Problème biologique générique : décoder l'archive biologique et en extraire les informations individuelles/environnementales.

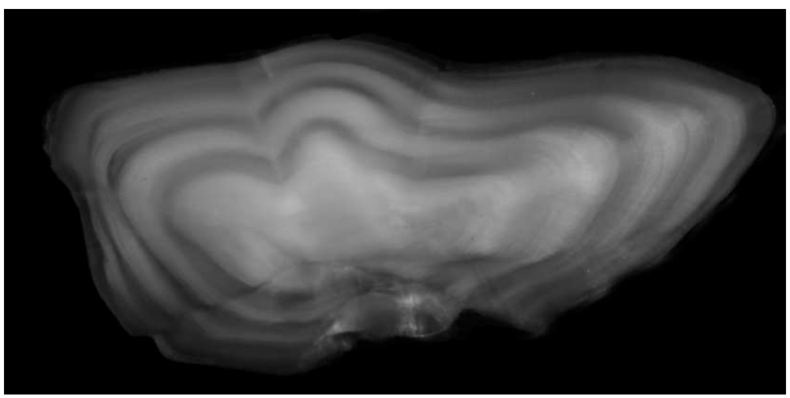
Comment extraires de l'information des images d'otolithe ?

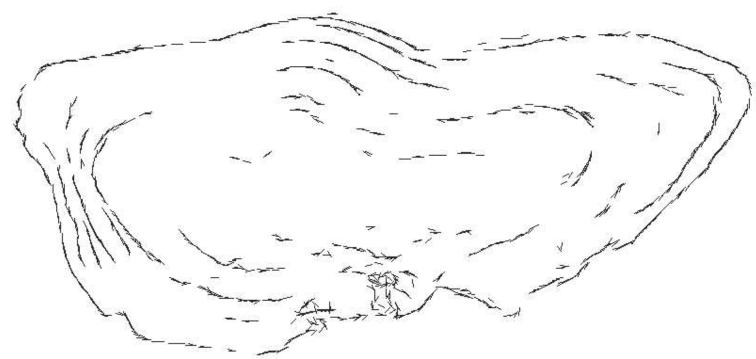
Deux observations :

1. une liée à la nature des images d'otolithes : celles-ci étant très peu contrastées, il faut nous baser sur les données locales de direction de croissance pour reconstruire l'information géométrique
2. une autre, davantage d'ordre biologique : l'extraction d'information locale se fera via la reconstruction globale de la morphogénèse de l'otolithe, soit la suite des formes que celui-ci a pris dans le temps.

La psychovision nous dit que de multiples observations de natures différentes entrent en jeu pour nous faire voir les structures dans les images d'otolithe (pas uniquement des alternances claires et foncées mais aussi des formes convexes, parallèles, continues etc...)

Première étape : extraction de points d'interêt et calcul de l'orientation de l'image en ces points.

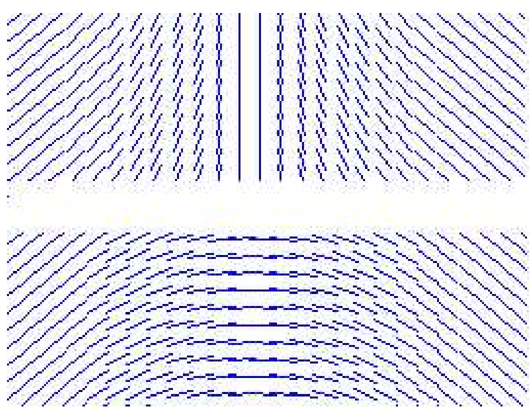




Soit $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ et $\theta : \partial\Omega \to S^1$ (cercle unité de $\mathbb{R}^2$) la donnée d'origine, on veux construire $E(\Omega, \theta) : \Omega \to S^1$. Interpoler des angles (dans S^1) pose plus de problème que le cas scalaire, de part la necessité d'introduire une parametrisation $\phi : S^1 \to \mathbb{R}$.

En particulier

1. il n'est pas toujours possible de trouver un interpolant continu (champs laminaire vs champs turbulent)
2. La paramétrisation n'est pas unique, deux paramétrisations peuvent conduire a des interpolations différentes



Suivant Alvarez et al., 93 et Caselles et al., 98 on cherche les opérateurs d'interpolation vérifiant un certain nombre d'axiome. Soit ϕ une parametrisation de S^1, E_ϕ l'opérateur d'interpolation cherché. Il doit vérifier

Axiom 1. Principe de comparaison :
$\phi(\theta_1) \geq \phi(\theta_2) \Rightarrow E(\Omega, \phi(\theta_1)) \geq E(\Omega, \phi(\theta_2))$.

Axiom 2. Principe de stabilité :
$\Omega' \subset \Omega \Rightarrow E(\Omega', E(\Omega, \theta)|\Omega') = E(\Omega, \theta)|\Omega'$

Axiom 3. Principe de régularité : Pour une fonction quadratique, l'action infinitesimal de E est décrite par une fonction regulière.

Axiom 4. Invariance par translation : $E(\Omega - h, \tau_h(\theta)) = \tau_h E(\Omega, \theta)$

Axiom 5. Invariance par rotation du domaine :
$E(R\Omega, \theta \circ R^{-1}) = E(\Omega, \theta) \circ R^{-1}$.

Axiom 6. Invariance par zoom : $E(\lambda^{-1}\Omega, \lambda\theta) = \lambda E(\Omega, \theta)$.

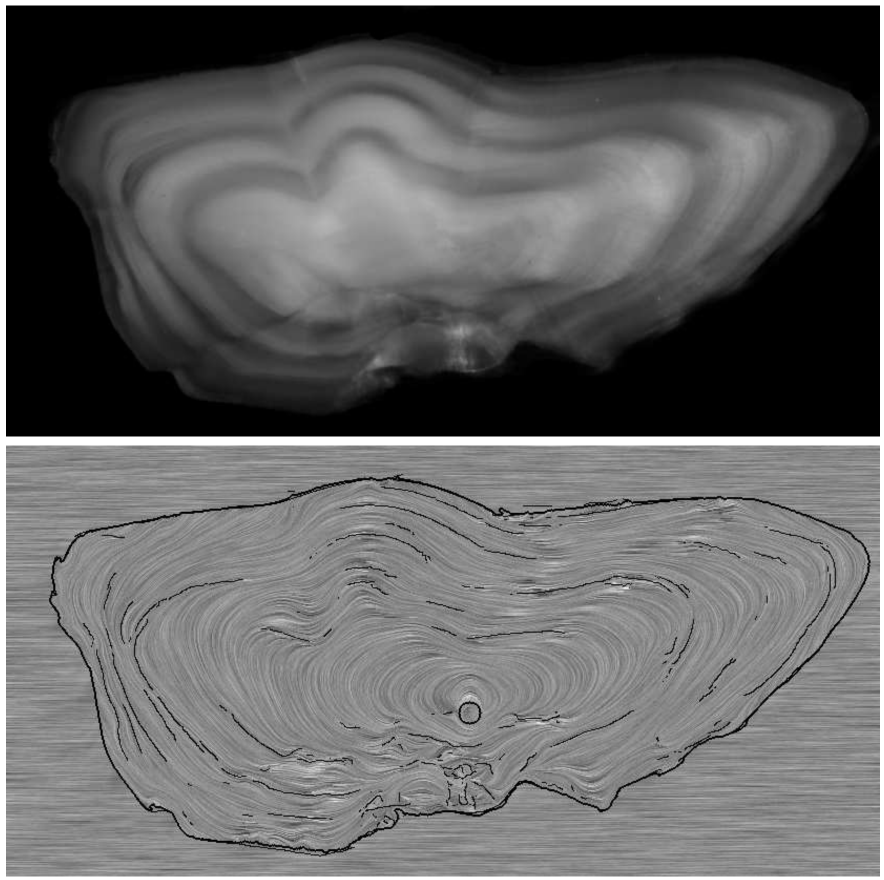
Si on suppose l'indépendance à un changement de variable linéaire, on trouve (entre autre) l'AMLE (Absolutely Minimizing Lipschitz Extention)

$$\begin{cases} D^2u(Du, Du) = 0 \text{ in } \Omega, \\ u = \phi(\theta_0) \text{ on } \partial\Omega, \end{cases} \tag{1}$$

L'AMLE a été introduit par Aronsson, 67. Dans le cas scalaire, on peut le definir comme

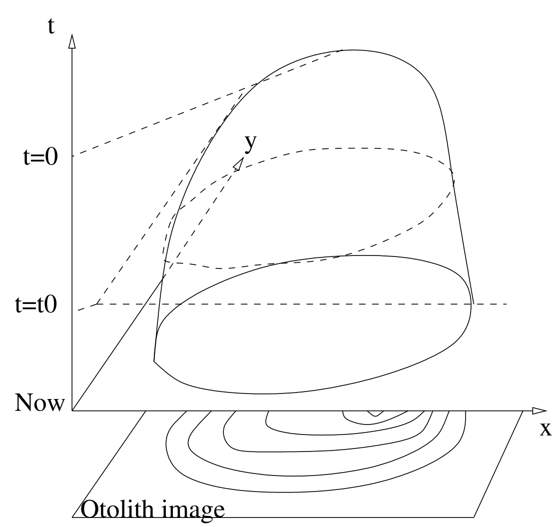
- l'interpolant dans Ω d'une donnée de $\partial\Omega$ dont la constante de Lipschitz est minimal dans tout $\Omega' \subset \Omega$.
- la solution de viscosité de l'EDP $D^2u(Du, Du) = 0$.
- La limite pour $p \to \infty$ des *fonction p-harmonique* definies comme minimisant *l'energie p-harmonique* $\min_{W^{1,p}(\Omega)} \int |Du|^p$.

Résolution par différences finies de l'équation d'évolution associée. La résolution est initialisée par un schéma multirésolution, pour résoudre le problème du choix de la parametrisation.



Les anneaux observés dans les images d'otolithe sont par construction (au moins localement) tangents au champ estimé des orientations locales de croissance. Ces structures correspondent aux formes successives de l'otolithe au cours de la vie du poisson.

Soit U une fonction continue de $\mathbb{R}^2$. On pose $U = 0$ sur le bord de l'otolithe et $U = 1$ au centre. Plusieurs contraintes sont ainsi naturellement fixées et les formes successives de l'otolithe seront les lignes de niveau de ce potentiel.



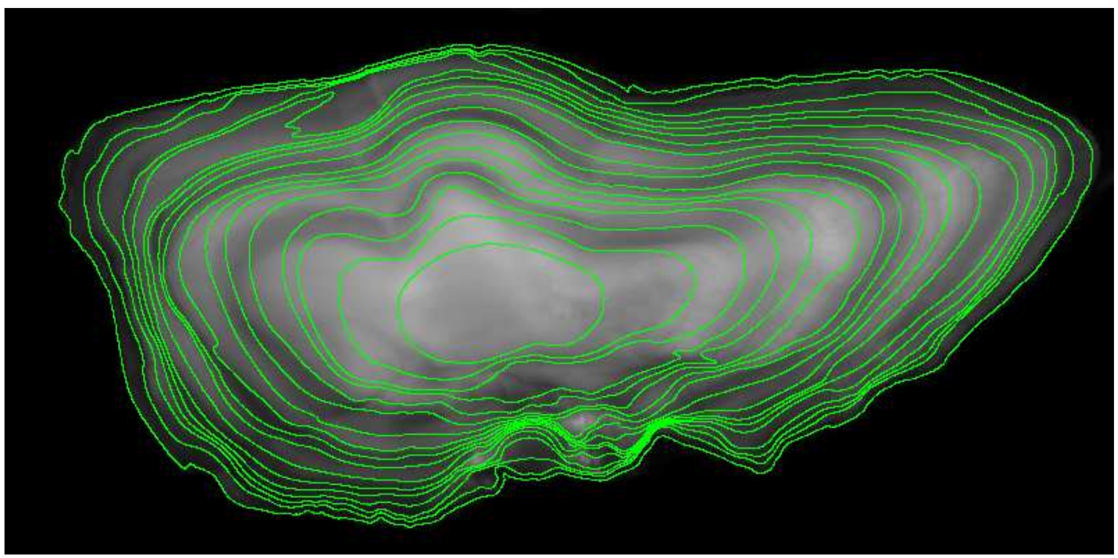
Soit la fonctionnelle d'énergie

$$E = \int_{\Omega \subset \mathbb{R}^2} |DU| + \gamma |DU| \langle \frac{DU}{|DU|}, \theta \rangle,$$

avec $\theta \in S^1$ le champ d'angle tangent calculé plus haut. Le potentiel cherché est défini par : $U = \arg\min E$. Approche variationnelle, on minimise

- un terme de régularisation qui assure des courbes lisses (régularisation L^1) et
- un terme d'attache aux données d'autant plus faible que les lignes de niveau de U sont tangentes au champ d'orientation.

Résolution dans cadre markovien discret, avec un schéma multi-résolution (pour la vitesse et la stabilité de la convergence). L'énergie portant sur la géométrie des lignes de niveaux et non leur valeur, une contrainte additionnelle (égalisation d'histogramme) est nécessaire.

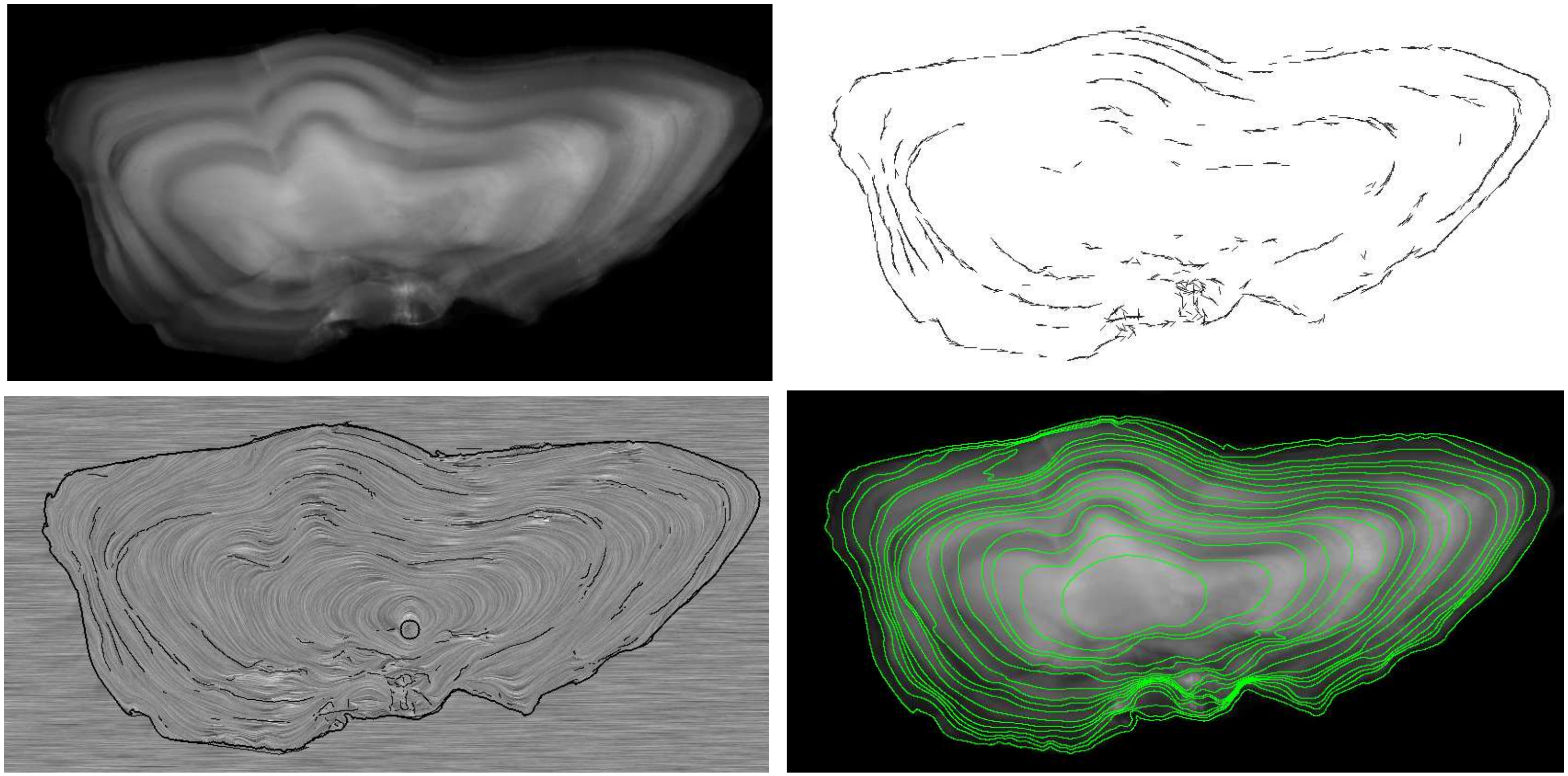


La résolution d'un problème biologique a nécessité le passage par des méthodes de vision par ordinateur non triviales : reconstruction globale de la morphogénèse par l'extrapolation d'information d'orientation locale.

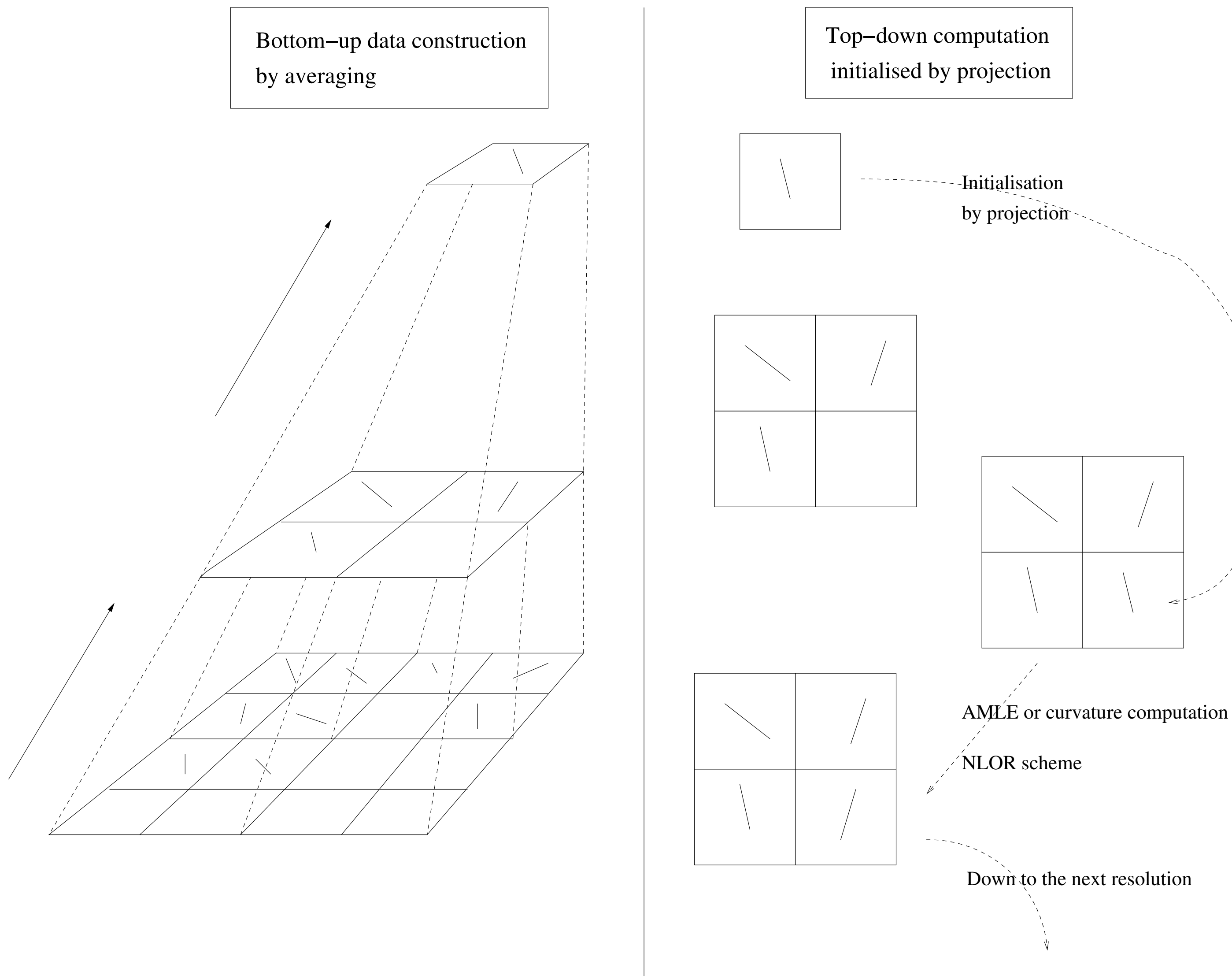
à suivre :

- Amélioration de la robustesse du processus (extraction des points initiaux, résolution numérique de la reconstruction de la morphogénèse)
- extraction des structures significative parmi les lignes de niveau de U

Et finalement retour aux problèmes biologiques qui ont motivé les développements mathématique...



Merci !...


Bottom−up data construction
by averaging
Top−down computation
initialised by projection
Initialisation
by projection
AMLE or curvature computation
NLOR scheme
Down to the next resolution

Soit $\Gamma_t = \{x \in \mathbb{R}^2 | U(x) = t\}$ l'ensemble de niveau t.

$$\int_{t\in[0,1]} \int_{\Gamma_t} 1 + \gamma\langle \frac{DU}{|DU|}, \theta\rangle = \int_{\Omega\subset\mathbb{R}^2} |DU|(1 + \gamma\langle \frac{DU}{|DU|}, \theta\rangle),$$

Evolution purement géometrique, ligne de niveau par ligne de niveau. Nécessité d'une contrainte sur le contraste (égalisation d'histogramme) pour ne pas trouver comme solution la fonction nulle.

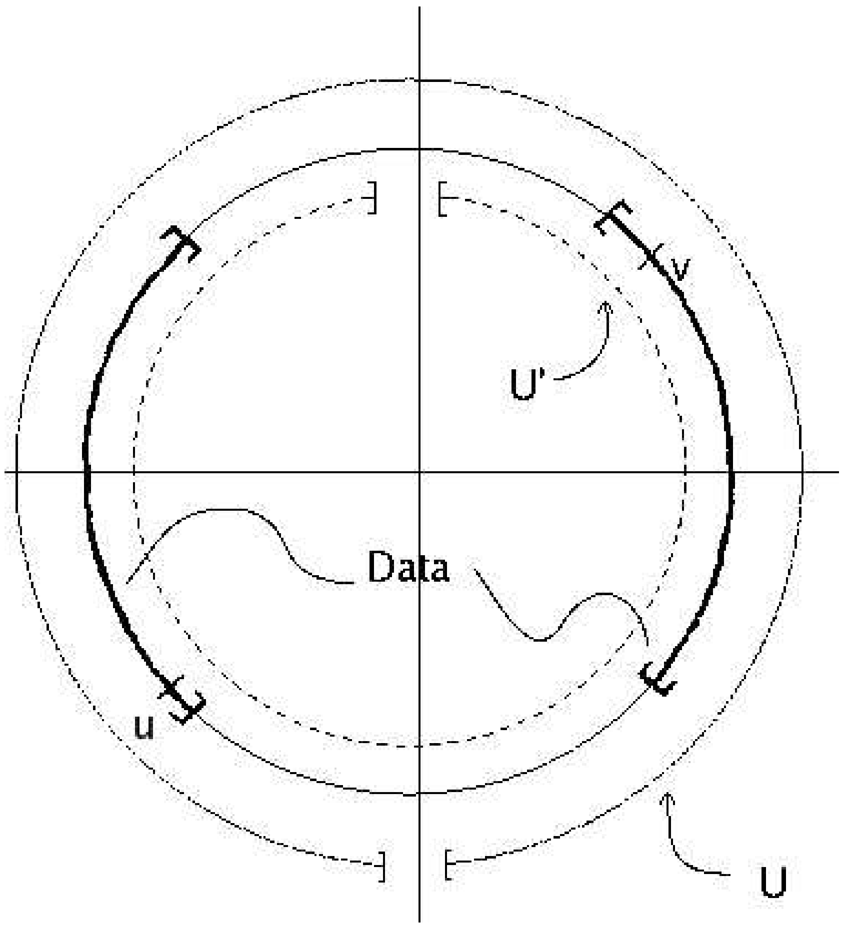
Soit $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ et $\theta : \partial\Omega \to S^1$ (cercle unité de $\mathbb{R}^2$) la donnée d'origine, on veux construire $E(\Omega, \theta) : \Omega \to S^1$. Interpoler des angles (dans S^1) pose plus de problème que le cas scalaire, de part la necessité d'introduire une parametrisation $\phi : S^1 \to \mathbb{R}$.

En particulier il n'est pas toujours possible de trouver un interpolant continu

Proposition 1. *Soit $\Omega \subset \mathbb{R}^2$. Soit f un champ de vecteur continu sur $\partial\Omega$. Il existe un interpolant continu de f dans Ω si et seulement si f satisfait la condition* C.

$$\exists \alpha \in S^1,\ \alpha \notin f(\partial\Omega), \tag{C}$$

cad seulement si f n'est pas surjective.


v
U'
Data
u
U